

Implementasi Newton Raphson Termodifikasi pada Prediksi Distribusi Tekanan Pipa Transmisi Gas Alam

Annisa Aditsania ^{#1}, Isman Kurniawan ^{#2}

*# School of Computing, Telkom University
telkom street no.1 Bandung, Indonesia*

¹ aaditsania@telkomuniversity.ac.id

² ismankrn@telkomuniversity.ac.id

Abstract

Profile prediction of pressure distribution along the transmission pipeline network is one of important procedures to evaluate the performance of pipeline network design. In this research, the pressure distribution for each pipe is modeled as a function of fluid properties, segment's pipe properties, and the environment of pipeline network by Panhandle A correlation. Panhandle A correlation can be considered as non-linear equation. In the previous research, Newton Raphson method is used as a method to get numeric solution due to its high convergence order. In this research, for optimum computing time of network distribution calculation, the modified Newton Raphson method is chosen as a method for finding the numeric solution. The simulation result shows that the pressure distribution profile using modified Newton Raphson method is accurate with 0.28% maximum relative error compared with field data.

Keywords: pressure drop, temperature drop, transmission pipeline, modified Newton Raphson

Abstrak

Prediksi profil distribusi tekanan disepanjang jaringan pipa transmisi merupakan salah satu prosedur penting untuk mengevaluasi performa desain jaringan pipa. Pada penelitian ini, distribusi tekanan untuk setiap segmen pipa dimodelkan menggunakan korelasi Panhandle A sebagai fungsi dari properti fluida, properti segmen pipa dan properti lingkungan jaringan pipa. Korelasi Panhandle A secara matematis dapat dipandang sebagai persamaan non-linear. Pada penelitian-penelitian terdahulu, metode Newton Raphson dipilih sebagai metode untuk mendapatkan solusi numerik, karena orde konvergensi tinggi. Sebagai upaya untuk mengoptimalkan waktu komputasi dari perhitungan distribusi jaringan, pada penelitian kali ini, metode Newton Raphson termodifikasi dipilih sebagai metode pencarian solusi numerik. Hasil simulasi menunjukkan bahwa profil distribusi tekanan menggunakan metode Newton Raphson termodifikasi akurat dengan error relatif maksimum 0.28% untuk batas toleransi error 10^{-5} bila dibandingkan dengan profile distribusi tekanan data lapangan

Kata Kunci: penurunan tekanan, penurunan temperatur, pipa transmisi, Newton Raphson termodifikasi

I. PENDAHULUAN

SEKTOR perminyakan dan gas adalah sektor yang memegang kendali besar di Indonesia. Sektor ini berkontribusi pada pendapatan Negara (sumber 12% APBN) dan juga berkontribusi untuk meningkatkan pertumbuhan ekonomi masyarakat[1]. Salah satu kendala Indonesia untuk mengoptimalkan potensi ini adalah kebutuhan dan pasokan gas tersebar tidak merata. Ada berbagai jenis moda transportasi gas, seperti CNG, LPG dan pipa transmisi.

Penelitian terkait pipa transmisi gas alam termasuk penelitian yang sudah cukup tua. Penelitian tentang perilaku aliran gas dalam pipa sudah dimulai sejak sekitar 1969. Stoner melakukan penelitian tentang aliran gas pada kondisi *steady state* di sistem jaringan distribusi gas. Model yang dibangun oleh Stoner merupakan hasil substitusi persamaan korelasi gas ke model kesetimbangan aliran. Hasil substitusi tersebut merupakan sistem besar persamaan non-linear[2]. Pada tahun 2004, Kuntjoro dkk mengusulkan metode perhitungan untuk mencari solusi model yang telah dibangun oleh Stoner. Pada penelitiannya, metode algoritma genetik yang dilengkapi *clearing procedure* dari Perowski dipilih sebagai metode untuk menentukan akar sistem persamaan non-linear[3]

Penelitian mengenai model aliran gas untuk pipa transmisi gas alam ini ditahun 2011 kembali dikembangkan oleh Abraham Debebe dan Mohd Amin. Pada penelitian tersebut, pipa transmisi dimodelkan berdasar pada prinsip-prinsip aliran gas melalui pipa, kesetimbangan massa dan karakteristik kompresor. Metode Newton-Raphson merupakan metode yang diusung Abraham Debebe dan Mohd Amin untuk mencari solusi persamaan sistem[4].

Penelitian kali ini, bertujuan menggabungkan dan mengembangkan metode-metode perhitungan profil tekanan di pipa transmisi. Pipa yang ditinjau pada penelitian ini adalah pipa berbentuk jaringan dengan perubahan sudut elevasi dan temperatur di setiap segmen pipa. Diameter dari pipa jaringan ini tergolong berukuran sedang-besar (12-60 inchi). Oleh karena itu, korelasi aliran gas yang paling sesuai adalah Panhandle A[5]. Dari segi metode, metode numerik dipilih sebagai metode pencarian solusi, karena persamaan aliran gas terdiri atas rangkaian korelasi-korelasi parameter gas lainnya yang tidak dapat diabaikan[6]. Solusi numerik persamaan tekanan pada penelitian terdahulu umumnya diselesaikan menggunakan metode Newton-Raphson. Sedangkan pada penelitian ini, metode Newton-Raphson termodifikasi digunakan untuk mencari solusi persamaan non-linear penurunan tekanan. Newton Raphson termodifikasi merupakan salah satu metode yang telah berhasil meningkatkan konvergensi metode Newton Raphson menjadi orde $1 + \sqrt{2} \approx 2.4$ [7]. Tujuan dari penelitian ini adalah memberikan gambaran distribusi aliran tekanan gas sepanjang pipa transmisi dengan proses komputasi yang optimal. Dengan gambaran distribusi tekanan disepanjang pipa, diharapkan evaluasi performansi jaringan pipa transmisi dapat dilakukan secara akurat dan presisi.

II. METODOLOGI

Saat gas dialirkan dalam pipa salur transmisi, tekanan disepanjang pipa mengalami penurunan. Banyak faktor yang mempengaruhi penurunan tekanan, seperti: jenis gas, bentuk pipa, laju alir gas, temperatur pipa, bentuk jaringan pipa. Pada penelitian ini, profil distribusi tekanan didapatkan setelah melalui beberapa tahapan. Secara umum, langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 1.

A. Meng-inputkan properti gas dan pipa.

Pada penelitian kali ini, sistem diujikan pada pipa dengan beberapa perubahan elevasi yang dialiri gas dengan laju alir dan *specific gravity* tertentu. Selain elevasi dari masing-masing segmen pipa, properti pipa lainnya seperti: jenis node *inlet*, tekanan *outlet*, temperatur *inlet*, temperatur lingkungan, panjang pipa, diameter dalam pipa, tebal dinding pipa, efisiensi, dan *roughness* merupakan inputan sistem ini.

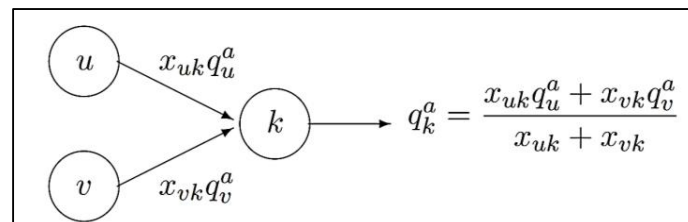


Gambar 1. Alur Umum Sistem

B. Membangun jaringan dan segmentasi pipa

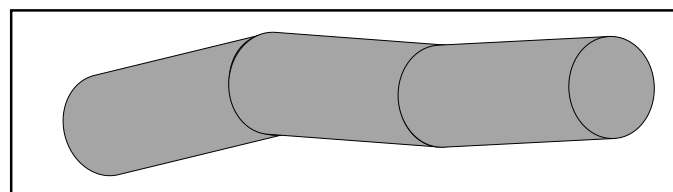
Jaringan pipa transmisi adalah pipa yang saling terhubung dan dapat mentransportasikan gas dari sistem pengumpul (sumber gas) ke outlet gas (sink). Data yang digunakan sebagai input pada penelitian ini adalah data pipa dan gas. Masing-masing pipa mengalirkan gas dengan arah alir gas yang berbeda. Oleh karena itu, untuk membangun sebuah sistem alir yang kontinu, pipa harus dikolaborasikan. Pada penelitian kali ini, metode Depth First Search dipilih sebagai algoritma penelusuran struktur. Setelah arah aliran gas berhasil disusun, karakteristik gas di titik temu antar pipa harus dapat ditentukan. Karakteristik gas pada titik temu pipa merupakan kombinasi gas inlet pipa yang terkait.

Menurut [8], karakteristik gas yang mengalir pada titik temu merujuk pada keseimbangan aliran gas dalam jaringan pipa tersebut. Ilustrasi dari penentuan karakteristik gas pada titik temu ditampilkan pada Gambar 2



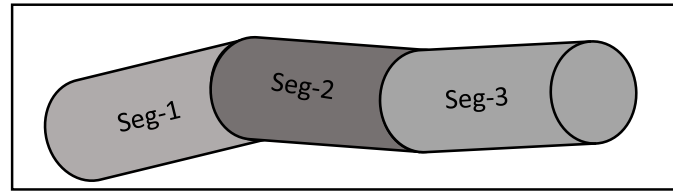
Gambar 2. Kombinasi Karakteristik Gas pada Titik Temu.

Pada umumnya, pipa penyusun jaringan pipa transmisi di lapangan tidak berada dalam kondisi horizontal. Aliran tekanan dan temperatur disepanjang pipa dipengaruhi juga oleh elevasi pipa. Oleh karena itu, pipa akan disegmentasi berdasarkan perbedaan elevasinya. Misalkan diketahui pipa transmisi seperti pada Gambar 3:



Gambar 3. Ilustrasi Pipa dengan sudut elevasi

Jika diasumsikan elevasi adalah jarak yang dibentuk pipa dengan dari garis horizontal acuan, maka terdapat 3 perubahan elevasi pada pipa Gambar.3. Oleh karena itu, pipa pada Gambar.3 akan disegmentasi menjadi 3 bagian.



Gambar 4. Segmentasi Pipa berelevasi

Aliran gas dalam pipa bersifat kontinu maka gas yang keluar pada pada segmen- i akan menjadi masukan gas segmen- $i + 1$. Sebagai contoh, keluaran gas segmen-1 akan menjadi masukan gas di segmen-2 dan berlaku untuk segmen seterusnya.

C. Perhitungan distribusi temperatur sepanjang pipa menggunakan model Michael A Hein.

Pada penelitian-penelitian sebelumnya, simulasi yang dilakukan adalah simulasi prediksi tekanan disepanjang pipa dengan mengasumsikan temperatur disepanjang pipa konstan (isothermal). Jika asumsi tersebut digunakan, maka masing-masing titik temperatur di setiap segment akan diisi dengan nilai temperatur *inlet*. Sedangkan pada penelitian kali ini, perhitungan prediksi tekanan dilakukan tanpa mengabaikan perubahan temperatur, maka penurunan tekanan di setiap segmen dari *inlet* ke *outlet* perlu dihitung terlebih dahulu.

Jika arah laju alir gas (Q) dan temperatur di suatu titik pipa diketahui maka temperatur di titik lain segmen tersebut menurut Manning(1991), dengan menggunakan model Hein(1984), dapat dihitung menggunakan persamaan berikut[9]:

$$T_{out} = (T_{in} - T_s - \theta)e^{-\beta L} + (T_s + \theta) \quad (1)$$

dengan

$$\theta = \frac{\eta(P_{out} - P_{in})}{\beta L} + \frac{(\text{Elevasi}_{in} - \text{Elevasi}_{out})}{(778 C_p \beta L)} \quad (2)$$

$$\beta = 1.467 \frac{U \times A}{m \times C_p} \quad (3)$$

$$m = \frac{q_g \times MW}{379.5 \times 24 \times 3,600} \quad (4)$$

Pada penelitian kali ini efek Joule-Thomson diabaikan. Oleh karena itu, koefisien Joule Thomson (η), bernilai 0.

D. Perhitungan distribusi tekanan sepanjang pipa menggunakan model Panhandle A.

Panhandle A memformulasikan tekanan disisi satu sebagai fungsi dari laju alir, efisiensi, diameter dalam pipa, *specific gravity gas*, temperatur, panjang pipa, elevasi, tekanan disisi lainnya dan kompreibilitas z-Faktor. Berikut adalah bentuk umum dari penurunan tekanan jika diketahui tekanan di *outlet*[10]:

$$P_{in} = \left[\left(\frac{q_g}{435.87 \times E \times ID_{pipe}^{2.618}} \right)^{1.854} \times \left(\frac{P_{base}}{T_{base}} \right)^2 \times SG g^{0.854} \times T_{ave} \times L_{eq} \times Z + e^{s_{elev}} \times P_{out}^2 \right]^{0.5} \quad (5)$$

dengan

$$T_{ave} = \frac{2}{3} \left[(T_{in} + T_{out}) - \frac{(T_{in} \times T_{out})}{(T_{in} + T_{out})} \right] \quad (6)$$

$$L_{eq} = \frac{L_{segment} \times (e^{S_{elev}} - 1)}{S_{elev}}, \quad (7)$$

$$L_{segment} = \frac{Elevation_{out} - Elevation_{in}}{\sin(\theta)}, \quad (8)$$

$$S_{elev} = \frac{0.0375 \gamma_g (Elevation_{out} - Elevation_{in})}{T_{ave} Z}. \quad (9)$$

$$Z = \frac{1}{\left(1 + \frac{P_{ave} 344400 10^{1.7855Gg}}{T^{3.825}}\right)} \quad (10)$$

$$P_{ave} = \frac{2}{3} \left(P_{in} + P_{out} - \frac{P_{in} \times P_{out}}{P_{in} + P_{out}} \right) \quad (11)$$

Kompresibilitas Z-Faktor (Z) adalah properti gas yang digunakan untuk memodifikasi persamaan gas ideal. Dalam penelitian ini, persamaan CNGA digunakan untuk memodelkan kompresibilitas z-Faktor. CNGA memformulasikan kompresibilitas z-Faktor sebagai fungsi dari perbandingan temperatur gas dengan temperatur kritis dan perbandingan tekanan gas dengan tekanan kritis.

Persamaan tekanan yang dihasilkan oleh Panhandle A berbentuk persamaan non-linear yang cukup rumit. Metode Newton Raphson termodifikasi dipilih sebagai metode untuk pencarian solusi pada persamaan tersebut. Metode Newton Raphson termodifikasi memperbaiki nilai solusi mulai dari iterasi ke 2. Solusi persamaan pada iterasi ke-2 (x_2) dihitung menggunakan solusi numerik iterasi ke-1 (x_1), nilai fungsi yang telah disubstitusikan solusi numerik iterasi-1 ($f(x_1)$), dan turunan fungsi yang sudah terlebih dahulu di evaluasi di titik $\frac{1}{2}(x_1 + x_1^*)$.

Berikut adalah algoritma dari metode Newton Raphson termodifikasi

INPUT: tebakan awal x_0 , batas toleransi TOL , maksimum iterasi N_0

OUTPUT: aproksimasi akar x atau pesan "akar belum ditemukan"

Step 1. Set $i = 1$

Set $x_0^* = x_0$

Set $x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(\frac{1}{2}[x_0 + x_0^*])$

Step 2. While $i \leq N_0$ do Step 3-5

Step 3. Set $x_i^* = x_i - f(x_i)/f'(\frac{1}{2}[x_{i-1} + x_{i-1}^*])$

Set $x_{i+1} = x_i - f(x_i)/f'(\frac{1}{2}[x_i + x_i^*])$

Step 4. If $|x_{i+1} - x_i| < TOL$ then

OUTPUT (x_{i+1})

STOP

Step 5. Set $i = i + 1$

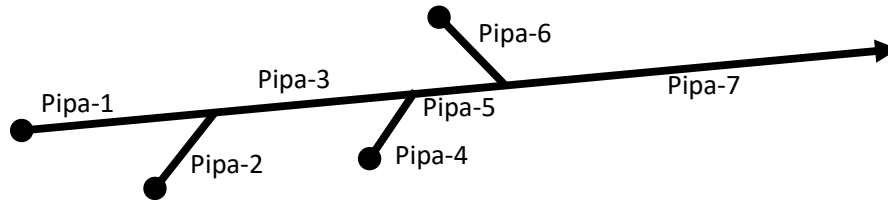
Step 6. OUTPUT ("Akar belum ditemukan setelah N_0 iterasi")

STOP

IV. IMPLEMENTASI DAN ANALISIS SISTEM

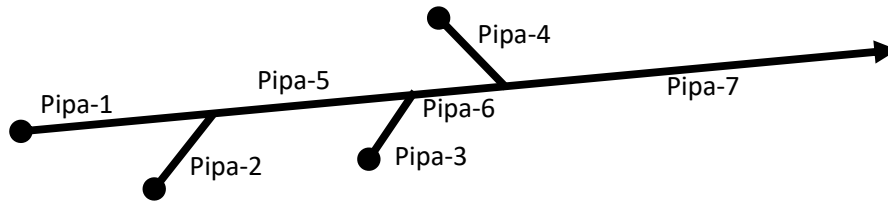
Data gas alir pipa yang digunakan pada penelitian ini adalah data gas alir pada pipa lapangan yang terdiri atas 7 buah pipa, 4 sumber gas, dan 1 buah *sink*. Setiap pipa disertai properti bentuk pipa dan *inlet* node dan *outlet*

node pipa. Dari informasi tersebut, objek seperti pipa, sumber gas dan *sink* dapat dibangun menjadi sebuah jaringan seperti Gambar 5.



Gambar 5. Jaringan Pipa Transmisi Gas

Ada beberapa jenis node pada jaringan pipa transmisi, diantaranya node sumber gas, node titik temu dan node *sink*. Perhitungan distribusi tekanan di pipa bergantung dengan jenis node awal dan node akhir pipa tersebut. Hal inilah, yang mendorong penggunaan Depth First Search pada penelitian ini. Gambar 6 menampilkan jaringan hasil pengelompokan dan pengurutan untuk perhitungan distribusi tekanan.



Gambar 6. Jaringan Pipa Transmisi Gas Terurut

Pada penelitian ini, setiap sumber gas memberikan informasi temperatur awal, besar laju alir gas, dan besaran spesifik gas gravity. Sedangkan, informasi yang diberikan oleh node *sink* hanyalah tekanan di titik akhir salah satu pipa. Masing-masing pipa mengalirkan gas dengan arah alir gas yang berbeda. Selain arah alir gas yang berbeda, pipa juga memiliki segmentasi-segmentasi yang menjadikan pipa tersebut unik. Tabel I menampilkan hasil simulasi distribusi tekanan setiap segmen di sepanjang jaringan pipa yang terdiri atas 7 pipa dengan batas toleransi error setiap segmen 10^{-5} .

TABEL I
 DISTRIBUSI TEKANAN DI JARINGAN PIPA

No	Segment	Volume Flow Rate (MMSCFD)		Pressure (psig)	
		Inlet	Outlet	Inlet	Outlet
Pipa 1	Seg1-1	162.2606	162.2606	1,480.23	1,490.18
	Seg1-2	162.2606	162.2606	1,490.18	1,478.52
Pipa 2	Seg2-1	43.2298	43.2298	1,469.01	1,478.27
	Seg2-2	43.2298	43.2298	1,478.27	1,478.78
	Seg2-3	43.2298	43.2298	1,478.78	1,478.68
	Seg2-4	43.2298	43.2298	1,478.68	1,478.39
	Seg2-5	43.2298	43.2298	1,478.39	1,478.52
Pipa 3	Seg3-1	205.4904	205.4904	1,478.52	1,476.35
	Seg3-2	205.4904	205.4904	1,476.35	1,475.75
	Seg3-3	205.4904	205.4904	1,475.75	1,472.03
Pipa 6	Seg6-1	144.5906	144.5906	1,388.18	1,401.19
	Seg6-2	144.5906	144.5906	1,401.19	1,382.24
Pipa 7	Seg7-1	385.9786	385.9786	1,382.24	1,321.80
	Seg7-2	385.9786	385.9786	1,321.80	1,307.29
	Seg7-3	385.9786	385.9786	1,307.29	1,261.79
	Seg7-4	385.9786	385.9786	1,261.79	1,172.25
	Seg7-5	385.9786	385.9786	1,172.25	1,170.44
	:	:	:	:	:
	Seg7-11	385.9786	385.9786	1,026.67	1,025.25
	Seg7-12	385.9786	385.9786	1,025.25	1,003.55

Pipa 4	Seg4-1	35.8976	35.8976	1,473.03	1,487.05	Seg7-13	385.9786	385.9786	1,003.55	1,002.11
	Seg4-2	35.8976	35.8976	1,487.05	1,472.03		Seg7-14	385.9786	385.9786	1,002.11
Pipa 5	Seg5-1	241.388	241.388	1,472.03	1,470.08	Seg7-15	385.9786	385.9786	984.19	980.93
	Seg5-2	241.388	241.388	1,470.08	1,468.26	Seg7-16	385.9786	385.9786	980.93	980.63
	Seg5-3	241.388	241.388	1,468.26	1,451.70	Seg7-17	385.9786	385.9786	980.63	974.92
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	Seg7-18	385.9786	385.9786	974.92	973.29
	Seg5-17	241.388	241.388	1,395.64	1,394.82	Seg7-19	385.9786	385.9786	973.29	966.09
	Seg5-18	241.388	241.388	1,394.82	1,382.24	Seg7-20	385.9786	385.9786	966.09	953.77

Untuk mengukur keakuratan prediksi yang didapat, tekanan pada titik sumber gas hasil dari simulasi akan dibandingkan dengan data lapangan tekanan titik sumber gas. Tabel II menampilkan error relatif untuk masing-masing titik sumber gas.

TABEL II
VALIDASI DATA

Node	Data Tekanan Hasil Simulasi	Data Lapangan Tekanan	Error Relatif
Source 1	1480.2334	1476.17	0.002753
Source 2	1469.0125	1473.18	0.002829
Source 3	1473.0340	1472.75	0.000193
Source 4	1388.1776	1387	0.000849
Rataan (MAPE)			0.001656

Tabel II menunjukkan sumber gas 1 dan sumber gas 2 menghasilkan error yang lebih besar bila dibandingkan dengan sumber gas 3 dan 4. Bila diamati lebih lanjut, error ini timbul karena letak dari sumber gas 1 dan sumber gas 2 yang relatif lebih jauh, bila dibandingkan dengan sumber gas 3 dan 4, dari *sink*.

Perhitungan tekanan dilakukan secara mundur dari *sink* ke sumber gas yang dihubungkan oleh jaringan pipa. Oleh karena itu, semakin jauh posisi sumber gas dari *sink* maka error yang terhitung pada sumber gas tersebut akan semakin besar akibat error kumulatif segmen-segmen sebelumnya.

Partisi dalam segmen dapat meningkatkan akurasi dari solusi numerik yang diberikan. Tabel III menampilkan error relatif bergantung pada jumlah partisi dan jumlah iterasinya

TABEL III
AKURASI VS JUMLAH ITERASI

	error relatif			
	1 partisi	5 partisi	10 partisi	50 partisi
Source 1	0.275269	0.271867	0.27176	0.27173
Source 2	0.282888	0.284974	0.28504	0.28506
Source 3	0.01928	0.009751	0.009434	0.00933
Source 4	0.084904	0.083026	0.082967	0.08295

Total Iterasi	171	780	1560	7749
---------------	-----	-----	------	------

Tabel III menunjukkan bahwa meningkatkan akurasi dengan menambah jumlah partisi berdampak pada meningkatnya total iterasi. Namun, bila total iterasi pada masing-masing kolom dibagi dengan jumlah partisi kolomnya maka jumlah iterasi per-segmen pipa dapat ditentukan. Tabel IV menunjukkan jumlah iterasi per-segmen untuk setiap simulasi ragam partisi

TABEL IV
ITERASI PER SEGMENT PIPA

	1 partisi	5 partisi	10 partisi	50 partisi
Total Iterasi	171	780	1560	7749
Jumlah Iterasi/ Segmen	171	156	156	154.98

V. KESIMPULAN

Prediksi tekanan pada jaringan pipa transmisi gas menghasilkan nilai yang akurat dengan error relatif maksimum 0.28% untuk batas toleransi error 10^{-5} . Semakin besar jarak antara *sink* dengan sumber gas, maka error relatif akan semakin membesar. Membagi segmen pipa menjadi beberapa partisi kecil meningkatkan akurasi perhitungan. Total iterasi yang membludak ketika meningkatkan jumlah partisi segmen diakibatkan oleh pengali partisi. Bila ditinjau dari segmentasi pipa, meningkatkan jumlah partisi juga berdampak pada penurunan jumlah iterasi segmen.

VI. NOMENCLATURE

No.	Parameter	Simbol	Unit
1.	<i>Inlet Pressure</i>	P_{in}	Psia
2.	<i>Outlet Pressure</i>	P_{out}	Psia
3.	<i>Average Pressure</i>	P_{ave}	Psia
4.	<i>Inlet Temperature</i>	T_{in}	F
5.	<i>Outlet Temperature</i>	T_{out}	F
6.	<i>Average Temperature</i>	T_{ave}	F
7.	<i>T surrounding</i>	T_s	F
8.	<i>Flow Rate</i>	q_g	MMSCFD
9.	<i>Specific Gravity Gas</i>	SG_g	Dimensionless
10.	<i>Length of Segment</i>	$L_{segment}$	Miles
11.	<i>Inside Diameter</i>	ID_{pipe}	In
12.	<i>Pipeline Efficiency</i>	E	Fraction

UCAPAN TERIMA KASIH

Untuk seluruh pihak yang telah membantu penyelesaian penelitian ini: Dr. Darmadi Soetikno, Dila Puspita, Kaisa Putri, Aisyah Putri

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Widodo Wahyu Purwanto, Yuswan Muharam, Yoga Wienda Pratama, Djoni Hartono, Harimanto Soedirman, Rezki Anindhito, Status and outlook of natural gas industry development in Indonesia, *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Volume 29, February 2016, Pages 55-65, ISSN 1875-5100,

- [2] M.A Stoner, "Steady-State Analysis of Gas Production, Transmission and Distribution System", paper SPE 2554 presented at the SPE 44th Annual Fall Meeting, Denver, Colo., Sept. 28-Oct. 1, 1969.
- [3] Sidarto K.A., Saiman dan N. Rohani. 2004. Menentukan Akar Sistem Persamaan Tak Linier dengan Memanfaatkan Algoritma Genetika yang Dilengkapi Clearing Procedure dari Petrowski. In Proceedings of Konferensi Nasional Matematika XII (Denpasar, Bali, 23-27 Juli, 2004).
- [4] A.D. Woldeyohannes, M. A. A Majid, "Simulation Model for Natural Gas Transmission Pipeline Network System", Journal of Simulation Modelling Practice and Theory(January 2011), pp196-212
- [5] Endorsements for the Second Edition, In Handbook of Natural Gas Transmission and Processing (Second Edition), edited by Saeid Mokhatab and William A. Poe, Gulf Professional Publishing, Boston, 2012, Pages i-ii, ISBN 9780123869142, <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-386914-2.00029-7>.
- [6] Farzad Abdolahi, Ali Mesbah, Ramin B. Boozarjomehry, William Y. Svrcek, The effect of major parameters on simulation results of gas pipelines, International Journal of Mechanical Sciences, Volume 49, Issue 8, August 2007, Pages 989-1000, ISSN 0020-7403, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2006.12.001>.
- [7] Trevor J. McDougall, Simon J. Wotherspoon, A simple modification of Newton's method to achieve convergence of order, Applied Mathematics Letters, Volume 29, March 2014, Pages 20-25, ISSN 0893-9659,
- [8] Roger Z. Ríos-Mercado, Conrado Borraz-Sánchez, Optimization problems in natural gas transportation systems: A state-of-the-art review, Applied Energy, Volume 147, 1 June 2015, Pages 536-555, ISSN 0306-2619, <http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.03.017>.
- [9] Manning, Francis S. Oilfield Processing of Petroleum, PennWell Publishing Co., Tulsa, 1991
- [10] Shashi Menon, Gas Pipeline Hydraulics, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2005

