OPEN ACCESS
Indo-JC
Indonesia Journal of Computing
ISSN 2460-9056
socj.telkomuniversity.ac.id/indojc

Ind. Journal on Computing
Vol. 4, Issue. 2, Sept 2019. pp. 31-42
doi:10.21108/indojc.2019.4.2.302

Pemilihan Portofolio dengan Metode *Polynomial Goal Programming* (PGP) Berdasarkan Momen Tinggi dan Entropi pada Saham JII

Reza Pratama #1, Deni Saepudin *2, Aniq Atiqi Rohmawati #3

 # School of Computing, Universitas Telkom
Jalan Telekomunikasi No. 1 Terusan Buah Batu, Bandung 40257, Indonesia

[1] rezaapratama@students.telkomuniversity.ac.id
[2]denisaepudin@telkomuniversity.ac.id
[3]aniqatiqi@telkomuniversity.ac.id

Abstract

Dealing with investation, we have to consider about how to manage a powerful portfolio diversification. According to Markowittz, the modern theory of portfolio is involving the information (calculation) expected and risk of return under normal distribution assumption. In addition to reduce the error or mistake of distribution assumption, we consider to calculate higher moments, such as skewness, kurtosis, Shanon entropy and Gini Simpson entropy. Moreover, we excute the portfolio that optimize higher moments calculation as Polynomial Goal Programming (PGP). PGP implement a Minkowski Distance with high moments and entropy as objective function. Optimum value of each objective can be found and substituted into the PGP model so that the output of the optimum value for each objective according to the PGP model is applied. The results of the latest objective optimum value will be compared between one to another models so that the PGP model is obtained by involving the mean objective and Gini Simpson entropy is the most feasible model to be selected based on sharpe ratio performance: 0.1347 (without free risk rate) and 0.1013 (with free risk rate), it is better result than Markowitz's model with sharpe ratio 0.1297 and 0.1007.

Keywords: portfolio, Polynomial Goal Programming (PGP), high moment, entropy

Abstrak

Dalam berinvestasi di pasar saham, hal yang perlu diperhatikan adalah bagaimana cara untuk melakukan manajemen atau diversifikasi portofolio yang tepat. Dalam memilih portofolio, Markowitz telah mengemukakan suatu teori modern yang memadukan antara ekspektasi return dan variansi return (resiko). Namun model milik Markowitz hanya berlaku jika distribusi data return saham berdistribusi normal. Penambahan momen tinggi yaitu skewness, kurtosis serta entropi shanon dan gini simpson menjadi solusi untuk data yang tidak berdistribusi normal. Penambahan momen pertama, kedua dan seterusnya serta entropi menciptakan masalah optimasi berbentuk polinomial yang diselesaikan menggunakan *Polynomial Goal Programming* (PGP). PGP sendiri mengimplementasikan *minkowksi distance* dengan momen tinggi dan entropi sebagai objektifnya. Nilai optimum masing-masing objektif dapat dicari dan disubstitusi ke dalam model PGP sehingga didapatkan *output* berupa nilai optimum masing-masing objektif terbaru sesuai model PGP yang diterapkan. Setelah menerapkan model PGP, hasil dari nilai optimum objektif terbaru akan dibandingkan antara model satu dengan lainnya sehingga didapatkan model PGP

Received on August 2019. Accepted on Sept 2019

dengan melibatkan objektif *mean* dan entropi *gini simpson* adalah model yang paling layak untuk dipilih berdasarkan pengukuran kinerja *sharpe ratio* tanpa memperhatikan *free risk rate* sebesar 0.1347 serta *sharpe ratio* dengan memperhatikan *free risk rate* sebesar 0.1013 daripada model milik Markowitz yang hanya sebesar 0.1297 dan 0.1007.

Kata Kunci: portofolio, *Polynomial Goal Programming* (PGP), momen tinggi, entropi

I. PENDAHULUAN

Ketersediaan saham di pasar modal terus meningkat secara kuantitatif dan pergerakan harga saham juga sulit diprediksi. Hal ini mempengaruhi investor untuk memilih sekumpulan saham (portofolio) agar mendapatkan keuntungan dan mengurangi resiko dalam berinvestasi. Pemilihan portofolio terbaik yang dapat mengurangi resiko juga mempertimbangkan beberapa sasaran (objektif) sehingga menciptakan suatu masalah optimasi. Optimasi portofolio menjadi masalah yang dibahas oleh beberapa studi didunia. Markowitz ditahun 1952 menjadi pencetus *mean variance model* (MVM) yang menjadi konsep dasar pemilihan portofolio [1]. Idenya adalah mencari portofolio dengan memperhatikan *mean* dan *variance*. Pada tahun 1991, Markowitz mengungkapkan hasil dari model MVM akan diperkuat bila asumsi data return saham mengikuti distribusi normal.

Sejumlah studi mencoba memperbaiki model yang dikemukakan oleh Markowitz dengan model yang lebih kompleks. Studi yang dilakukan oleh Konno, Shirakawa, dan Yamazaki pada tahun 1993 memperbaiki model MVM yang distribusinya tidak normal. Menurutnya, momen tinggi juga dapat digunakan sebagai variabel yang dapat dioptimasi dengan menambahkan *skewness* [2]. Bukti penambahan *skewness* menunjukkan, investor akan mendapatkan nilai *return* yang besar dari pemilihan portofolio karena nilai *return* berkumpul dinominal data yang besar. Studi lain yang dilakukan Harvey, Liechty, dan Müller pada tahun 2010 dengan menambahkan kurtosis sebagai momen tinggi [3]. Penambahan *kurtosis* pada model portofolio mengindikasikan nilai *return* pada distribusi data akan berada pada frekuensi yang sama sehingga mengurangi resiko pemilihan portofolio. Studi pengaruh momen tinggi tersebut dijadikan rujukan bagi studi-studi baru yang mencoba mengaplikasikan momen tinggi pada optimasi portofolio salah satunya adalah yang dilakukan oleh Mehmet Aksaraylı dan Osman Pala pada tahun 2017.

Mehmet dan Osman menguji kinerja model momen tinggi dengan menambahkan entropi shanon dan gini simpson pada dua jenis portofolio berbeda lalu dianalisis kinerja masing-masing model. Portofolio yang digunakan terdiri dari aset yang berasal dari indeks saham asal Turki dan Amerika Serikat [4]. Jurnal ini mengimplementasikan model dari Mehmet dan Osman tentang bagaimana mencari model portofolio yang melibatkan momen orde tinggi dan entropi. Keterlibatan momen pertama, kedua dan seterusnya serta entropi menciptakan masalah yang berbentuk polinomial yang dapat diselesaikan dengan metode *Polynomial Goal Programming* (PGP). Tujuan dari penelitian ini adalah menganalisis model PGP yang layak untuk dipilih berdasarkan uji kinerja *sharpe ratio* dengan memperhatikan *free risk rate* dan tanpa memperhatikan *free risk rate* sehingga investor dapat menempatkan bobot portofolio agar mendapatkan keuntungan dan meminimalkan resiko dalam pemilihan saham.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. *Input* Data

Data yang digunakan adalah data saham Jakarta Islamic Index (JII). JII adalah salah satu indeks saham yang terdapat di Indonesia yang dikhususkan pada saham-saham yang memenuhi kriteria syariah [5]. Data saham JII yang diambil merupakan data *return* mingguan yang dapat dilihat pada website infojabodetabek.com dan dapat diunduh melalui yahoo finance. Daftar saham JII yang digunakan antara lain Adaro Energy Tbk, AKR Corporindo Tbk, Aneka Tambang (Persero) Tbk, Astra International Tbk, Barito Pacific Tbk, Bumi Serpong Damai Tbk, Ciputra Development Tbk, XL Axiata Tbk, Indofood CBP Sukses Makmur Tbk, Vale Indonesia Tbk.

B. Karateristik Data Saham

Setelah mengumpulkan data *return* mingguan saham JII, hal yang diperhatikan adalah mengetahui karateristik setiap data saham JII dimulai dari *mean*, *variance, skewness* dan *kurtosis* masing-masing data saham JII. Selain itu, dilakukan pengujian kenormalan masing-masing data saham menggunakan uji *Jacques Bera* untuk mengetahui apakah data saham JII berdistribusi normal atau tidak. Asumsi awal adalah seluruh data saham JII tidak berdistribusi normal, dan asumsi alternatif adalah seluruh data saham JII berdistribusi normal. Taraf signifikasi yang digunakan adalah sebesar 5 persen atau dengan kata lain dengan tingkat kepercayaan sebesar 95 persen. Pengujian ini bertujuan agar lebih meyakinkan bahwa data saham JII yang digunakan pada jurnal ini berdistribusi tidak normal sehingga perlu diimplementasikan model PGP berdasarkan momen tinggi dan entropi berdasarkan momen tinggi dan entropi untuk menyelesaikan data dengan distribusi yang tidak normal. Pengujian dilihat dari nilai *p-value* dan tabel Z. Berikut syarat jika kondisi hipotesis awal ingin diterima dan hipotesis alternatif ditolak adalah sebagai berikut [6]:

$$Z_{-1/_{2}(1-\alpha)} < p\ value < Z_{1/_{2}(1-\alpha)} \tag{1}$$

dengan Z adalah uji kenormalan tabel Z dan α adalah *confident level.*

C. Menghitung Objektif Model Optimasi Portofolio

Momen digunakan untuk mengenali kecenderungan distribusi probablilitas dalam statistic [7]. Momen sendiri terdiri dari *mean* (nilai rata-rata), *variance* (variansi), *skewness* (kemencengan) dan *kurtosis* (keruncingan) yang dapat disebut dengan urutan momen tinggi. Momen tinggi menjadi objektif yang akan dimaksimumkan atau diminimumkan untuk mengalokasikan bobot optimal pada setiap saham. Pada bagian ini akan disajikan objektif dan notasi yang digunakan dalam model optimasi portofolio berdasarkan momen tinggi yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$R_p^* = E(Rp) = WM = \sum_{i=1}^{n} w_i m_i \tag{2}$$

$$V_p^* = V(Rp) = W\,V(W^T) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \tag{3}$$

$$S_p^* = s(Rp) = E\big(W(R-M)\big)^3 = W\,S(W^T \otimes W^T) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} w_i w_j w_k s_{ijk} \tag{4}$$

$$K_p^* = k(Rp) = E\big(W(R-M)\big)^4 = W\,K(W^T \otimes W^T \otimes W^T) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} w_i w_j w_k w_l k_{ijkl} \tag{5}$$

dengan W adalah vektor bobot *1xn* dengan *n* adalah banyaknya saham, *p* adalah portofolio, *i,j,k,l* masing–masing adalah saham ke-*i*, ke-*j*, ke-*k*, ke-*l*. *M* adalah vektor *transpose mean* sedangkan *m* adalah *mean*, R_p^* adalah nilai ekspektasi (*mean*) *return* portofolio, V_p^* adalah *variance co-variance* data *return* portofolio, S_p^* adalah *skewness co-skewness* data *return* portofolio, K_p^* adalah *kurtosis co-kurtosis* data *return* portofolio. *R* adalah data *return* saham, ⊗ adalah *kronecker product.* s_{ijk} dan k_{ijkl} adalah elemen dari *skewness* dan *kurtosis* yang dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$s_{ijk} = E\,[(R_i - m_i)(R_j - m_j)(R_k - m_k)] \tag{6}$$

$$k_{ijkl} = E\,[(R_i - m_i)(R_j - m_j)(R_k - m_k)(R_l - m_l)] \tag{7}$$

Selain momen tinggi, entropi juga menjadi objektif yang dipertimbangkan. Entropi adalah penghitungan matematis untuk mendefinisikan heterogenitas dalam statistik [8]. Pada jurnal ini, entropi yang digunakan adalah entropi *shanon* dan *gini simpson*. Entropi *shanon* dan *gini simpson* dapat dituliskan sebagai berikut :

$$E_s^* = -\sum_{i=1}^{n} w_i \ln w_i = -W(\ln W^T) \tag{8}$$

$$E_{G-S}^* = -\sum_{i=1}^{n} {w_i}^2 = 1 - WW^T \tag{9}$$

dengan E_s^* adalah entropi *shanon* dan E_{G-S}^* adalah entropi *gini simpson.*

D. Pencapaian *Polynomial Goal Programming* (PGP)

Pada tahap ini akan dibentuk model optimasi multiobjektif yang diselesaikan dengan PGP berdasarkan momen tinggi yang pernah dilakukan oleh Proelss dan Schweizer [9]. Metode PGP sendiri merupakan perluasan dari metode *linear programming* yang bertujuan meminimumkan jarak antara tujuan yang ditetapkan dengan yang diinginkan dengan kendala tertentu [10]. Model yang disajikan dalam jurmal ini adalah penggabungan momen tinggi dan entropi pada model portofolio untuk menyajikan diversifikasi portofolio yang lebih baik. Dalam proses PGP terdapat dua langkah. Langkah pertama adalah fokus menyelesaikan setiap objektif satu per satu untuk mencapai hasil maksimum atau minimum yang diinginkan. Hasilnya dapat dinyatakan dengan R_{pe}^*, V_p^*,S_p^*, K_p^*, E_s^* dan E_{g-s}^*. Langkah kedua, mensubstitusi nilai optimum setiap objektif (dilangkah pertama) kedalam model PGP dengan tujuan untuk meminimumkan jarak dari setiap kondisi yang dinginkan. Dimulai dari langkah pertama yang dapat dipecahkan menjadi enam *subproblem* untuk mencapai hasil optimum, yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$SP(1)\begin{cases} Maksimumkan\ R_{pe}^* = WM \\ subject\ to\ W\ 1_N = 1 \\ W_i \geq 0 \end{cases} \tag{10}$$

$$SP(2)\begin{cases} Minimumkan\ V_p^* = W\ V(W^T) \\ subject\ to\ W\ 1_N = 1 \\ W_i \geq 0 \end{cases} \tag{11}$$

$$SP(3)\begin{cases} Maksimumkan\ S_p^* = E\big(W(R-M)\big)^3 \\ dengan\ konstrain\ W\ 1_N = 1 \\ W_i \geq 0 \end{cases} \tag{12}$$

$$SP(4)\begin{cases} Minimumkan\ K_p^* = E\big(W(R-M)\big)^4 \\ dengan\ konstrain\ W\ 1_N = 1 \\ W_i \geq 0 \end{cases} \tag{13}$$

$$SP(5)\begin{cases} Maksimumkan\ E_s^* = -\ W(\ln W^T) \\ dengan\ konstrain\ W\ 1_N = 1 \\ W_i \geq 0 \end{cases} \tag{14}$$

$$SP(6)\begin{cases} Maksimumkan\ E_{g-s}^* = 1 - W\ W^T \\ dengan\ konstrain\ W\ 1_N = 1 \\ W_i \geq 0 \end{cases} \tag{15}$$

Pada langkah kedua, model *subproblem* objektif dapat dikombinasikan menjadi satu persamaan yang disebut model PGP dengan mengimplementasikan *Minowski distance* sama seperti yang dilakukan Lai pada tahun 2006 agar dapat mengkombinasikan *subproblem* menjadi satu persamaan [11] yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$
P(1)\begin{cases}
Minimumkan\ Z = \left(1+\left|\frac{d_1}{R_{pe}^*}\right|\right)^{\lambda_1} + \left(1+\left|\frac{d_2}{V_p^*}\right|\right)^{\lambda_2} + \left(1+\left|\frac{d_3}{S_p^*}\right|\right)^{\lambda_3} \\
\left(1+\left|\frac{d_4}{K_p^*}\right|\right)^{\lambda_4} + \left(1+\left|\frac{d_5}{E_S^*}\right|\right)^{\lambda_5} + \left(1+\left|\frac{d_6}{E_{G-S}^*}\right|\right)^{\lambda_6} \\
dengan\ konstrain\ :\ WM + d_1 = R_{pe}^* \\
W\,V(W) - d_2 = V_p^* \\
E\big(W(R-M)\big)^3 + d_3 = S_p^* \\
E\big(W(R-M)\big)^4 + d_4 = K_p^* \\
-W(\ln W^T) + d_5 = E_S^* \\
1 - W\,W^T + d_6 = E_{G-S}^* \\
W\,1_N = 1 \\
W_i \geq 0 \\
d_i \geq 0
\end{cases} \quad (16)
$$

Atau dapat dituliskan menjadi bentuk lain seperti berikut :

$$
P(2)\begin{cases}
Minimumkan\ Z = \left(1+\left|\frac{-WM + R_{pe}^*}{R_{pe}^*}\right|\right)^{\lambda_1} + \left(1+\left|\frac{WV(W^T)-V_p^*}{V_p^*}\right|\right)^{\lambda_2} + \\
\left(1+\left|\frac{-E\left(W(R-M)\right)^3 + S_p^*}{S_p^*}\right|\right)^{\lambda_3} + \left(1+\left|\frac{E\left(W(R-M)\right)^4 - K_p^*}{K_p^*}\right|\right)^{\lambda_4} \\
\left(1+\left|\frac{-\left(-W(\ln W^T)\right)+E_S^*}{E_S^*}\right|\right)^{\lambda_5} + \left(1+\left|\frac{-(1-W\,W^T)+E_{G-S}^*}{E_{G-S}^*}\right|\right)^{\lambda_6} \\
dengan\ konstrain\ :\ -WM + R_{pe}^* \geq 0 \\
WV(W^T) - V_p^* \geq 0 \\
-E\big(W(R-M)\big)^3 + S_p^* \geq 0 \\
E\big(W(R-M)\big)^4 - K_p^* \geq 0 \\
-\big(-W(\ln W^T)\big) + E_S^* \geq 0 \\
-(1 - W\,W^T) + E_{G-S}^* \geq 0 \\
W\,1_N = 1 \\
W_i \geq 0
\end{cases} \quad (17)
$$

Dengan λ_i adalah preferensi investor yang wajib dipertimbangkan dengan cara disubstitusi kedalam model pada persamaan (16) yang dilambangkan dengan λ_i. Menggunakan λ_i menunjukkan fleksibilitas model yang telah dibentuk sehingga dapat disusun hasil dari beragam kombinasi objektif portofolio seperti MV, MVS, MVKS, dan lain-lain. Model PGP didalam jurnal ini mengadaptasi model Lai pada tahun 1991 dimana distribusi dianggap tidak normal. Jarak kenormalan pada distribusi normal umumnya bernilai satu. Sementara itu model PGP yang diterapkan pada jurnal ini diasumsikan memiliki jarak yang besar antar objektif-nya yang harus diminimumkan. Menurut Lai, Menurut Lai, dengan menambahkan satu ke semua goals objektif, didapatkan hasil yang menyatakan model tersebut memiliki jarak yg cukup besar antar *goals* objektifnya [12]. Nilai satu dalam hal ini dapat dikatakan sebagai nilai kompromi model PGP yang digunakan. Ketika P(2) diselesaikan dengan nilai λ_i yang berbeda-beda. Didapatkan W terbaik untuk skenario yang bersesuaian.

E. Menghitung Kinerja Portofolio

Sharpe Ratio (SR) paling banyak digunakan dalam perhitungan kinerja portofolio untuk analisis resiko. Menurut Caporin, Jannin, Lisi, dan Maillet pada tahun 2014 [13]. SR dapat dituliskan sebagai berikut :

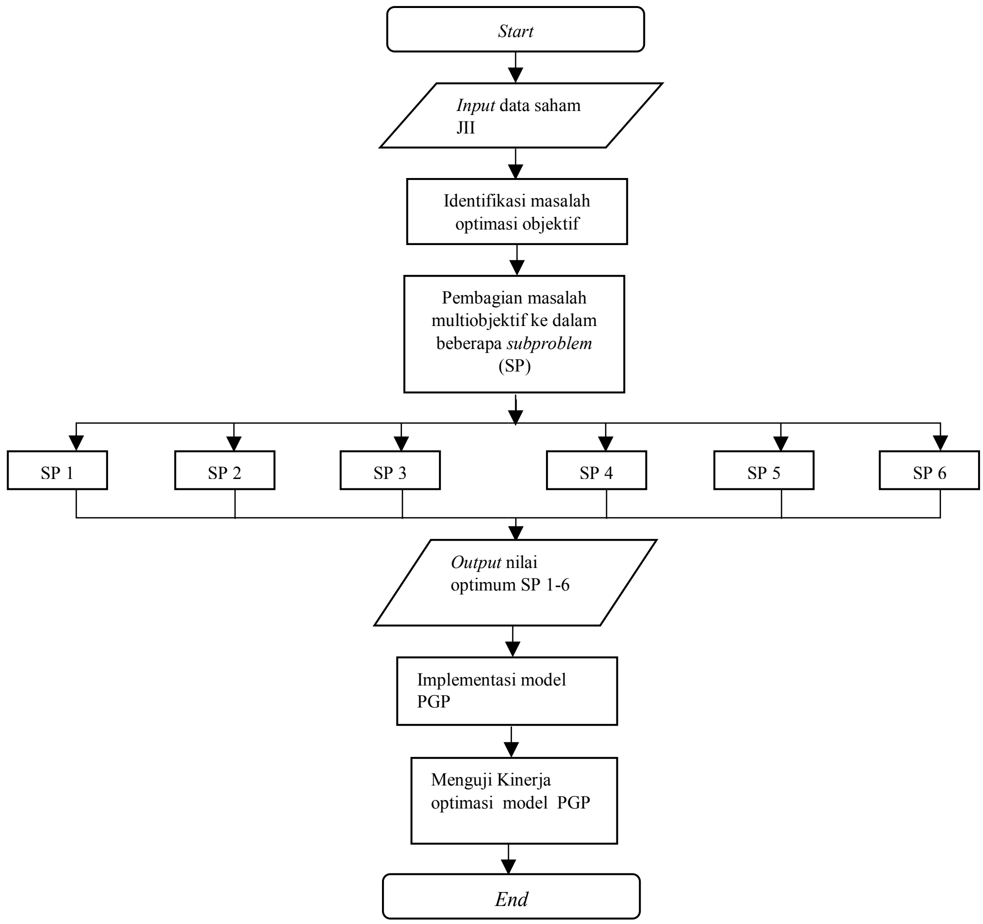
$$SR_1 = \frac{r_p^0}{\sigma_p^0} \tag{18}$$

Dengan (SR_1) adalah *Sharpe Ratio* tanpa melibatkan *free risk rate* (bunga bebas resiko), r_p^0 adalah *mean return* model PGP, σ_p^0 adalah standar deviasi *return* model PGP. Dengan SR adalah *Sharpe Ratio*, r_p^0 adalah mean *return* model PGP, σ_p^0 adalah standar deviasi *return* model PGP. Selain itu terdapat SR yang melibatkan bunga bebas resiko (SR_2) yang diambil dari nilai obligasi jangka panjang menurut situs Bank Indonesia periode 21 Agustus 2018 sampai 20 November 2018 sebesar 8 persen. Sehingga SR dengan nilai bebas resiko dapat ditulis :

$$SR_2 = \frac{r_p^0 - risk\ free\ rate}{\sigma_p^0} \tag{19}$$

III. METODE PENELITIAN

Optimasi dengan menggunakan model PGP dapat digambarkan dalam bentuk *flowchart* sebagai berikut :



Gambar 1. *Flowchart* pemilihan saham

A. *Input* data saham

Data saham yang digunakan adalah data saham mingguan mulai tanggal 10 Mei 2013 sampai 21 September 2018 yang dimasukkan kedalam masalah optimasi masing-masing objektif. Setelah itu, uji kenormalan setiap data saham dengan menggunakan persamaan (1) dan identifikasi karateristik setiap data saham.

B. Identifikasi masalah optimasi objektif

Objektif yang dimaksud adalah momen tinggi dan entropi yang dapat dihitung menggunakan persamaan (2-5) dan (8-9). Pemilihan dalam hal memaksimumkan atau meminimumkan setiap objektif juga ditentukan agar mendapatkan keuntungan dan mengurangi resiko dalam pemilihan portofolio.

C. Pembagian masalah multiobjektif ke beberapa *subproblem* (SP)

Hal ini dilakukan untuk mempermudah dalam menyelesaikan optimasi multiobjektif. Persamaan dapat dipecah mejadi enam *subproblem* (SP) seperti pada persamaan (10-15). Sehingga didapat nilai optimum masing-masing objektif yang akan disubstitusi ke model PGP.

D. Implementasi model PGP

Dengan menggunakan PGP yang dirumuskan pada persamaan (16) yang menerapkan prinsip *minkowski distance*, didapatkan model hasil optimasi PGP yang akan dibandingkan antara model PGP satu dengan model PGP lainnya dalam mencapai hasil yang diinginkan yaitu mendapatkan keuntungan dan mengurangi resiko dari pemilihan portofolio.

E. Menghitung kinerja model optimasi PGP

Pengujian dilakukan dengan menggunakan *Sharpe Ratio* (SR) tanpa melibatkan bunga bebas resiko (SR_1) dan SR dengan bunga bebas resiko (SR_2) seperti pada persamaan (18-19) ke setiap optimasi model PGP untuk dilihat model yang paling bernilai untuk dipilih.

IV. HASIL DAN DISKUSI

A. Hasil Pengujian

Dengan menggunakan data *return* saham mingguan dengan meng-*input* daftar sepuluh saham JII periode 10 Mei 2013 hingga 21 September 2018 yang dapat dilihat pada Tabel 1, didapatkan karateristik data momen tinggi, entropi dan kenormalan sebagai berikut :

Tabel 1. Karateristik data saham JII

Nama saham	Mean	Variance	Skewness	Kurtosis	Shanon	Gini Simpson	JB	P-Value
ADRO	0.00337	0.004346	0.702069	2.816156	27.26085	-0.3754	114.7021	0
AKRA	-0.00024	0.0022	0.004389	0.635895	32.42168	-133.56	4.684756	0.096099
ANTM	0.000377	0.003702	1.568923	7.726627	23.79967	-92.5021	805.5842	0
ASII	0.000842	0.001912	1.492975	8.461634	40.87125	-8.67123	932.6338	0
BRPT	0.010505	0.006356	2.103032	7.583702	12.9043	0.789971	871.1073	0
BSDE	-0.00039	0.002474	0.417536	2.428266	49.14958	-58.1511	76.37844	0
CTRA	0.00017	0.004322	0.101578	2.214728	-75.5566	-533.645	57.29454	3.62E-13
EXCL	-0.00028	0.003071	0.975011	4.703171	47.70754	-140.997	300.2678	0
ICBP	0.002122	0.001612	0.578015	3.39002	25.59374	-0.28687	148.5984	0

INCO	0.003215	0.005495	0.587936	1.731828	30.5178	-0.90938	50.75706	9.51E-12

Jika diambil *confident level* sebesar 5 persen (tingkat keyakinan 95 persen) dan asumsi hipotesis awal adalah distribusi tidak normal serta hipotesis alternatif adalah distribusinya normal, maka berdasarkan nilai *p-value* pada tabel 1 dapat diketahui bahwa hipotesis awal diterima dengan kata lain seluruh nilai return data saham tidak berdistribusi normal. Selain itu, hal yang menjadi masalah optimasi adalah memaksimumkan *mean*, meminimumkan *variance*, memaksimumkan *skewness*, meminimumkan *kurtosis*, dan memaksimumakan entropi shanon dan gini simpson. Masalah optimasi tersebut terbagi menjadi enam *subproblem* seperti pada persamaan (10 - 15) yang akan diselesaikan dengan *nonlinear programming* untuk mendapatkan nilai optimum objektif momen tinggi dan entropi. Penyelesaian tersebut dapat dibuktikan pada tabel 2 sebagai berikut :

Tabel 2. Nilai optimum objektif momen tinggi dan entropi

$\boldsymbol{R^*_{pe}}$	$\boldsymbol{V^*_p}$	$\boldsymbol{S^*_p}$	$\boldsymbol{K^*_p}$	$\boldsymbol{E^*_s}$	$\boldsymbol{E^*_{g-s}}$
0.010504015	0.000805086	0.000161382	2.90046E-06	2.302585093	0.9

Dengan didapatkannya nilai optimum setiap objektif momen tinggi dan entropi. Langkah selajutnya adalah menerapkan model PGP dengan mensubstitusi nilai optimum objektif momen tinggi dan entropi yang didapat kedalam persamaan (17) dan mengimplementasikan bilangan biner (0 dan 1) kedalam variabel λ_i untuk menyusun portofolio 13 model pada optimasi model PGP. Sebagai tambahan, model *Equally Weight Model* (EWM) juga ditambahkan untuk digunakan sebagai pertimbangan pada model portofolio. Model EWM adalah model tanpa dioptimasi yang hanya memeratakan bobot yang sama pada setiap saham. Didapatkan nilai masing-masing objektif momen tinggi dan entropi terbaru yang telah dimodifikasi sesuai model PGP-nya. Nilai masing-masing objektif disajikan pada Tabel 3 dan Tabel 4 sebagai berikut :

Tabel 3. Tabel optimasi model PGP bagian 1

	Model PGP	$\boldsymbol{\lambda_i}$	**Rpe**	**Vp**	**Sp**	**Kp**
Model PGP tanpa entropi	EWM	(0,0,0,0,0,0)	0.00196923	0.00099396	0.00000486	0.00000447
	MM	(1,0,0,0,0,0)	0.00688724	0.00281930	0.00016138	0.00004701
	MVM	(1,1,0,0,0,0)	0.00249074	0.00083958	0.00001674	0.00000394
	MVSM	(1,1,1,0,0,0)	0.00283259	0.00088951	0.00002515	0.00000530
	MVSKM	(1,1,1,1,0,0)	0.00189888	0.00083801	0.00000891	0.00000298
Model PGP *shanon*	MEsM	(1,0,0,0,1,0)	0.00561924	0.00194258	0.00011495	0.00002863
	MVEsM	(1,1,0,0,1,0)	0.00224826	0.00085285	0.00001236	0.00000381
	MVSEsM	(1,1,1,0,1,0)	0.00240550	0.00086111	0.00001736	0.00000444
	MVSKEsM	(1,1,1,1,1,0)	0.00189000	0.00084341	0.00000777	0.00000300
Model PGP *gini simpson*	MGsM	(1,0,0,0,0,1)	0.00620440	0.00212015	0.00012735	0.00003274
	MVGsM	(1,1,0,0,0,1)	0.00230558	0.00083829	0.00001377	0.00000375
	MVSGsM	(1,1,1,0,0,1)	0.00182298	0.00098392	0.00002510	0.00000781
	MVSKGsM	(1,1,1,1,0,1)	0.00187140	0.00084145	0.00000820	0.00000296

Tabel 4. Tabel optimasi model PGP bagian 2

	Model PGP	$\boldsymbol{\lambda_i}$	**Es**	**Eg-s**	$\mathbf{SR_1}$	$\mathbf{SR_2}$
Model PGP tanpa entropi	EWM	(0,0,0,0,0,0)	0.00000486	0.90000000	0.06246162	0.01366353
	MM	(1,0,0,0,0,0)	1.03445045	0.62240420	0.12971024	0.10073574
	MVM	(1,1,0,0,0,0)	1.89667051	0.82446639	0.08596017	0.03286498
	MVSM	(1,1,1,0,0,0)	1.81188391	0.80566821	0.09497477	0.04339121
	MVSKM	(1,1,1,1,0,0)	1.96502150	0.84747624	0.06559506	0.01245019

Model PGP *shanon*	MEsM	(1,0,0,0,1,0)	1.85216862	0.75403554	0.12749335	0.09258760
	MVEsM	(1,1,0,0,1,0)	2.17574228	0.87395203	0.07698590	0.02430529
	MVSEsM	(1,1,1,0,1,0)	2.12712528	0.86406631	0.08197386	0.02954666
	MVSKEsM	(1,1,1,1,1,0)	2.08239532	0.86341685	0.06507909	0.01210469
Model PGP *gini simpson*	MGsM	(1,0,0,0,0,1)	1.57195038	0.71868936	0.13474618	0.10133412
	MVGsM	(1,1,0,0,0,1)	2.08042877	0.86126962	0.07963146	0.02649525
	MVSGsM	(1,1,1,0,0,1)	2.07012546	0.85325175	0.05811683	0.00907040
	MVSKGsM	(1,1,1,1,0,1)	2.01529231	0.85664769	0.06451390	0.01147758

Sebagai contoh untuk memahami implementasi optimasi model PGP pada tabel diatas, ketika λ_1=1, λ_2=1 dan sisanya adalah 0. Model tersebut dapat dinyatakan dengan *mean variance model* (MVM). Model diatas diselesaikan dengan bantuan aplikasi matlab. Bobot portofolio masing-masing model PGP dapat dituliskan pada Tabel 5 sebagai berikut :

Tabel 5. Tabel bobot masing-masing model PGP

Model PGP	ADRO	AKRA	ANTM	ASII	BRPT	BSDE	CTRA	EXCL	ICBP	INCO
EWM	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0,1	0,1	0,1
MM	0.212	0	0	0	0.499	0	0	0	0	0.289
MVM	0.057	0.136	0.071	0.198	0.128	0	0	0.057	0.294	0.059
MVSM	0.086	0.098	0.033	0.221	0.157	0	0	0.070	0.312	0.023
MVSKM	0	0.158	0.129	0.185	0.092	0.037	0	0.072	0.227	0.101
MEsM	0.096	0.043	0.050	0.055	0.458	0.042	0.048	0.043	0.073	0.093
MVEsM	0.071	0.128	0.081	0.154	0.121	0.060	0.027	0.083	0.211	0.064
MVSEsM	0.081	0.107	0.063	0.180	0.135	0.048	0.024	0.097	0.221	0.043
MVSKEsM	0.020	0.150	0.126	0.158	0.091	0.067	0.003	0.074	0.211	0.100
MGsM	0.160	0.005	0.032	0.052	0.466	0.000	0.023	0.004	0.106	0.153
MVGsM	0.065	0.139	0.081	0.173	0.125	0.051	0	0.080	0.225	0.062
MVSGsM	0.088	0.039	0.022	0.223	0.109	0.203	0.035	0.153	0.089	0.038
MVSKGsM	0.002	0.155	0.128	0.171	0.093	0.058	0	0.079	0.213	0.102

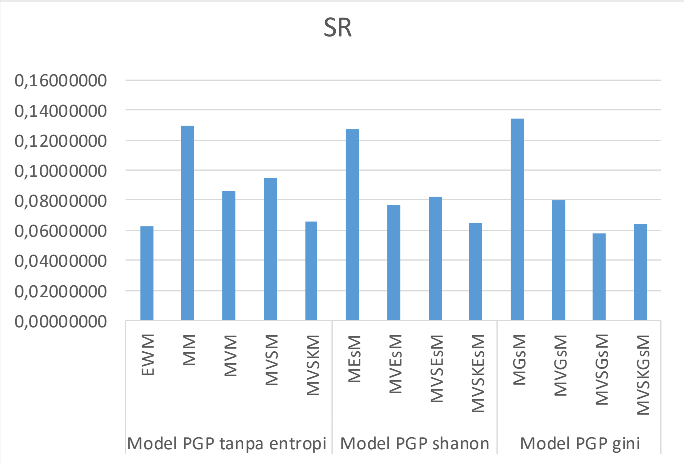
Tabel 5 menunjukkan penempatan bobot yang sesuai untuk model yang paling layak untuk dipilih. Masing-masing model PGP memiliki bobot yang berbeda-beda yang berguna menginformasikan kepada investor untuk menempatkan rincian persentase bobot kedalam sepuluh saham JII.

B. Analisis Hasil Pengujian

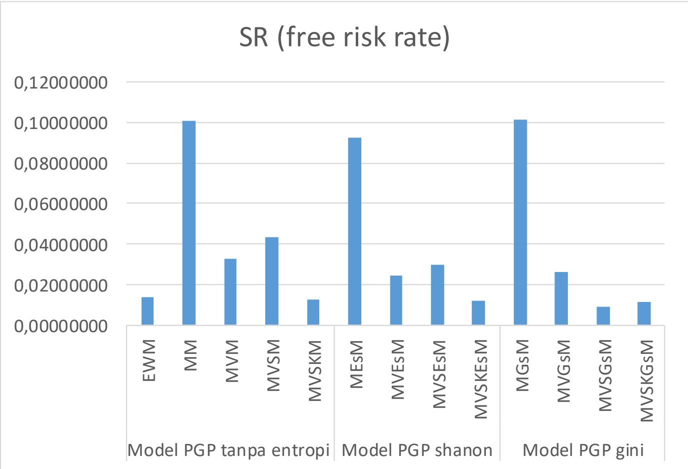
Berdasarkan *dataset* sepuluh data saham JII didapatkan nilai masing-masing objektif momen tinggi dan entropi berdasarkan bobot yang dicari melalui meminimumkan jarak dari *goals* atau dikenal dengan nama optimasi model PGP. Optimasi model PGP memiliki tujuan utama antara lain memaksimumkan nilai rata-rata *return* agar investor mendapatkan keuntungan yang besar dari investasi saham, meminimumkan nilai *variance* agar investor dapat mengurangi resiko dalam investasi saham, memaksimumkan nilai skewness agar data saham berdistribusi didata *return* yang besar, meminimumkan kurtosis agar mengurangi homogenitas data saham, dan memaksimumkan entropi *shanon* dan *gini simpson* agar bobot dalam memilih portofolio bervariatif serta tidak bergantung pada sebagian kecil saham.

Beberapa model menunjukkan, *mean model* (MM) sebagai model yang memiliki nilai rata-rata *return* dan nilai *skewness* terbesar global dengan nilai rata-rata *return* 0.00688724 dan nilai skewness 0.00016138 sehingga investor dapat memilih model ini jika ingin mendapatkan keuntungan yang besar, *mean variance skewness kurtosis model* (MVSKM) memiliki nilai *variance* terkecil global sebesar 0.00083801 sehingga investor dapat memilih model ini jika ingin mengurangi resiko, *mean variance skewness kurtosis gini simpson* *model* (MVSKGsM) memiliki nilai *kurtosis* terkecil global sebesar 0.00082 jika investor ingin mengurangi homogenitas data saham. *Mean variance shanon* (MVEsM) memiliki nilai entropi *shanon* terbesar global sebesar 2.17574228, begitu juga model EWM memiliki nilai entropi *gini simpson* terbesar global sebesar 0.9 jika investor ingin alokasi bobot yang dipilih bervariatif. Sehingga model-model yang disebutkan merupakan model yang layak untuk dipertimbangkan.

Model optimasi PGP pada Tabel 4 dan Tabel 5 akan diukur kinerjanya dengan menggunakan *sharpe ratio* tanpa memperhatikan *free risk rate* (*SR_1*) dan *sharpe ratio* dengan memperhatikan *free risk rate* (*SR_2*). Hasil pengujian SR terhadap tiga belas model PGP dapat dilihat pada gambar 2 dan 3 sebagai berikut :



Gambar 2. Uji kinerja model PGP dengan SR tanpa free risk rate



Gambar 3. Uji kinerja model PGP dengan SR dengan free risk rate

Dengan melibatkan pengujian SR tanpa *free risk rate* atau *SR_1*, *mean gini simpson model* (MGsM) adalah model yang memiliki SR terbesar dengan nilai 0.13474618 diikuti dengan *mean model* (MM) dengan nilai 0.12971024. Begitu juga pengujian dengan menerapkan SR dengan *free risk rate* atau *SR_2*, *mean gini simpson model* (MGsM) adalah model yang memiliki nilai SR *free risk rate* terbesar dengan nilai 0.10133412 diikuti dengan *mean model* (MM) dengan nilai 0.10073574. Investor dapat menggunakan *mean gini simpson model* (MGsM) jika ingin memilih portofolio dengan tingkat kinerja terbaik.

V. KESIMPULAN

Hasil dari optimasi masing-masing objektif mengalami pergeseran dengan hasil optimasi setelah penggabungan objektif menjadi satu model yang disebut model PGP. Hal dikarenakan adanya nilai kompromi yang diterapkan pada model PGP yaitu dengan menambahkan satu ke semua *goals* objektif. Namun hal ini tidak menyangkal bahwa pemilihan momen tinggi dan entropi dalam masalah optimasi diversifikasi portofolio berdasarkan momen tinggi dan entropi dinilai tepat dalam mengatasi distribusi data yang tidak berdistribusi normal.

Sehingga dapat disimpulkan model yang memperhatikan objektif *mean* dan entropi *gini simpson* lebih baik mempresentasikan besarnya keuntungan dan kecilnya resiko yang dapat dilihat dari kinerja yang diukur dengan *Sharpe Ratio* tanpa *free risk rate* (SR_1) dan *Sharpe Ratio* dengan *free risk rate* (SR_2) daripada hanya mempertimbangkan model EWM yang tanpa dioptimasi, model *mean variance* milik Markowitz, model *mean variance skewness* milik Konno, Shirakawa, dan Yamazaki, serta model *mean variance skewness kurtosis* milik Harvey, Liechty, dan Müller. Bobot saham model *mean* dan entropi dapat dituliskan sebagai berikut Adaro Energy Tbk (ADRO) sebesar 0.16, AKR Corporindo Tbk (AKRA) sebesar 0.005, Aneka Tambang (Persero) Tbk (ANTM) sebesar 0.032, Astra International Tbk (ASII) sebesar 0.052, Barito Pacific Tbk (BRPT) sebesar 0.466, Ciputra Development Tbk (CTRA) sebesar 0.023, XL Axiata Tbk (EXCL) sebesar 0.004, Indofood CBP Sukses Makmur Tbk (ICBP) sebesar 0.106, Vale Indonesia Tbk (INCO) sebesar 0.153.

DAFTAR PUSTAKA

[1] H. Markowitz, "Portofolio Selection," *Journal of Finance,* vol. 7, pp. 77-91, 1952.

[2] H. Konno, H. Shirakawa and H. Yamazaki, "Annals of operationals Research 45," *A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model,* pp. 205-220, 1993.

[3] C. R. Harvey, J. C. Liechty, M. W. Lietchty and P. Muller, "Portfolio Selection with Higher Moments," pp. 5-15, 2010.

[4] M. Aksarayli and O. Pala, A polynomial goal programming model for portfolio optimization based on entropy and higher moments, Turkey: Elsvier, 2017.

[5] W. Suryomurti, “Super Cerdas Investasi Syariah”, Jakarta.

[6] R. E. Walpole dan H. R. Myers, “Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan” Edisi 4, Bandung.

[7] M. J. Bennet dan D. L. Hugen, “Financial Analytics with R Building a Laptop Laboratory for Data Science”, Cambridge.

[8] I. Eliazar dan I. M. Sokolov, “Maximization of statistical heterogeneity : From Shannon’s entropy to Gini’s index”, Germany: Elsvier ,2010.

[9] J. Proelss and D. Schweizer, "Polynomial Goal Programming and the Implicit Higher Moment Preferences of U.S. Institutional Investors in Hedge Funds," *Financial Markets and Portfolio Management, Forthcoming,* pp. 27-36, 2014.

[10] A. Hawk, "Riset Operasi dan Optimasi" [Online]. Available: https://www.academia.edu/8712321/GOAL_PROGRAMMING. [Accessed Mei 2018].

[11] K. Lai, L. K. Yu and S. Wang, "Computer and Computational Science," *Mean-variance-skewness-kurtosis based on portofolio optimization,* pp. 292-297, 2006.

[12] K. S. Lai and M. Lai, "A cointegration test for market efficiency," vol. 11, no. 5, pp. 567-575, 1991.

[13] M. Caporin, M. Costola, G. Jannin and B. Maillet, "A survey on the four families of performance measure," *Journal of Economic Surveys,* vol. 5, no. 28, pp. 917-942, 2014.