OPEN ACCESS
Indo-JC
Indonesian Journal of Computing
ISSN 2460-9056
socj.telkomuniversity.ac.id/indojc

Ind. Journal on Computing
Vol. 3, Issue. 2, Sept 2018. pp. 29-44
doi:10.21108/indojc.2018.3.2.225

Implemetasi Model Autoregressive (AR) Dan Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) Untuk Memprediksi Harga Emas

Ni Luh Ketut Dwi Murniati [#1], Indwiarti [#2], A. A. Rohmawati [#3]

 # School of Computing, Telkom University
Jalan Telekomunikasi No. 1 Terusan Buah Batu, Bandung, West Java, 40257

[1] dwix.murniati23@gmail.com
[2] indwiarti@telkomunversity.ac.id
[3] aniqatiqi@telkomunversity.ac.id

Abstract

Gold is a one of high selling value items in the market, and it can be used as an investment item. The price of gold in the market tends to be stable and not undergoing too significant changes which makes gold be a very valuable item. The aim of this research is to predict gold price using AR (1) and ARCH (1) model which are the part of time series methods. The data of gold price is obtained from ANTAM's daily historical website from 2007 - 2017. Here, the basic information about data is given by using descriptive statistic and the estimation of parameters in each model is condacted by using *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). To evaluate the model, *Mean Absolute Error* (MAE) and *Root Mean Square Error* (RMSE) are used. In this research, the estimated model of AR (1) and ARCH (1) given as $X_t = -0.012X_{t-1} + \varepsilon_t$ and $X_t = \varepsilon_t \cdot \sqrt{0.000053 + 0.011958X_{t-1}^2}$ respectively. Where, ε_t is the error which is generated by mean and variance of each models. Moreover, the result of MAE and RMSE using AR (1) model are 0.0261 and 0.0342 respectively, meanwhile for ARCH (1) model are 0.0170 and 0.0251 respectively.

Keywords: AR, ARCH, Gold price prediction, MLE, MAE, RMSE.

Abstrak

Emas merupakan barang yang memiliki nilai jual tinggi di pasaran, tidak hanya itu emas sering digunakan sebagai barang investasi. Harga emas yang cenderung stabil dan tidak mengalami perubahan yang terlalu signifikan membuat emas menjadi barang yang sangat berharga. Penelitian ini bertujuan untuk memprediksi harga emas menggunakan model AR (1) dan ARCH (1) yang merupakan salah satu bagian dari metode *time series*. Data yang digunakan adalah data harga emas yang diperoleh dari *website* historis harian ANTAM dari tahun 2007 – 2017. Dalam penelitian ini, informasi dasar mengenai data menggunakan statistika deskriptif dan estimasi parameter pada masing-masing model menggunakan *Maksimum Likelihood Estimation* (MLE). Nilai error untuk mengevaluasi model AR (1) dan ARCH (1) didapatkan menggunakan *Mean Absolute Error* (MAE) dan *Root Mean Square Error* (RMSE). Pada penelitian ini, model estimasi dari AR (1) dan ARCH (1) menggunakan data harga emas harian ANTAM adalah $X_t = -0.012X_{t-1} + \varepsilon_t$ dan $X_t = \varepsilon_t \cdot \sqrt{0.000053 + 0.011958X_{t-1}^2}$ secara berurutan. Dengan ε_t adalah *error* yang dibangkitkan menggunakan *mean* dan variansi dari masing-masing model. Performansi MAE dari model AR (1) dan ARCH (1) masing-masing adalah 0.0261 dan 0.0170. Selain itu nilai RMSE dari model AR (1) dan ARCH (1) adalah 0.0342 dan 0.0251.

Kata Kunci: AR, ARCH, Prediksi harga emas, MLE, MAE, RMSE.

Received on Jul 2018. Accepted on Sept 2018

I. LATAR BELAKANG

SEBAGAI negara kepulauan, Indonesia memiliki sumber daya alam yang melimpah yang bisa digunakan untuk menunjang perekonomian masyarakatnya. Salah satu sumber daya alam yang ada yaitu tambang emas yang tersebar di kepulauan Indonesia dari Sabang sampai Merauke. Emas adalah salah satu komoditi berharga yang bernilai tinggi dan merupakan barang yang digunakan sebagai investasi oleh para investor. Emas dipilih sebagai salah satu barang investasi karena harganya yang cenderung stabil sehingga para investor memungkinkan untuk melakukan investasi dalam jangka waktu yang panjang [4].

Harga emas termasuk ke dalam data time series karena memiliki pola beruntun yang berdasarkan waktu tertentu. Untuk itu pada penelitian ini dibutuhkan sebuah model untuk memprediksi harga emas pada waktu yang akan datang untuk mengurangi resiko kerugian yang cukup besar bagi para investor [16]. Pada penelitian sebelumnya, telah dilakukan prediksi harga emas menggunakan Genetic Fuzzy System dan Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) [16] . Selain itu, pernah dilakukan juga penelitian dengan menggunakan Grey Model [11]. Selanjutnya model Autoregressive (AR) dan Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) pernah digunakan untuk memprediksi curah hujan di Kabupaten Bandung. Hasil dari akurasi prediksi menggunakan MAPE menunjukkan bahwa model ARCH memiliki nilai error yang cukup baik, sedangkan jika menggunakan RMSE menunjukkan model AR memiliki nilai error yang baik [14].

Pada penelitian ini akan dilakukan prediksi terhadap harga emas menggunakan model Autoregressive (AR) dan Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) dan hasil dari kedua model nantinya akan dibandingkan sehingga kita dapat menentukan model yang baik untuk memprediksi harga emas. Dimana, untuk mendapatkan model yang lebih baik yaitu dengan melihat nilai MAE dan RMSE yang lebih kecil.

Dalam penelitian ini diangkat beberapa permasalahan yaitu, bagaimana implementasi dari model AR dan ARCH dalam memprediksi harga emas dan bagaimana perbandingan performansi hasil prediksi dari pengujian menggunakan model AR dan ARCH untuk prediksi harga emas. Dari beberapa permasalahan yang telah dijelaskan diatas, penelitian ini memiliki batasan masalah dalam proses pengerjaannya meliputi data yang digunakan adalah adalah data harga emas yang diperoleh dari website historis harian ANTAM tahun 2007 – 2017 dan diasumsikan model AR (1) dan ARCH (1) mengikuti distribusi normal.

II. STUDI TERKAIT

A. *Emas*

Emas adalah barang dengan nilai jual yang sangat tinggi dan merupakan barang yang istimewa. Emas juga bisa dijadikan sebagai aksesori tubuh yang dapat meningkatkan rasa percaya diri jika sedang memakainya. Namun seiring berkembangnya zaman, emas bukan hanya sebagai barang aksesori saja melainkan juga sangat menarik untuk di investasikan karena dapat menghasilkan keuntungan yang sangat besar [6].

Harga emas setiap harinya mengalami perubahan yang sangat fluktuatif, sehingga sangat sulit untuk diprediksi. Naik turunnya harga emas dipengaruhi oleh banyak faktor diantaranya seperti : kondisi perekonomian, kebijakan pemerintah, berita musibah dan lai-lain. Sebagai contoh, harga emas tertinggi yang pernah dicapai adalah sebesar 1.830 USD pada tahun 2011, dikarenakan terjadinya krisis hutang di Eropa [7].

B. *Return*

Return adalah variabel yang mengukur seberapa jauh perubahan nilai terhadap posisi awalnya [9]. *Return* dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$Y_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \tag{1}$$

dengan :
Y_t : nilai *return* harga emas
P_t : harga emas pada saat t
P_{t-1}: harga emas pada saat t-1

C. ACF dan PACF

1) Autocorrelation Function (ACF)

Autokorelasi adalah ketergantungan linear pada data *time series* antara y_t dengan y_{t-k} yang dipisahkan oleh lag waktu (k). Untuk proses stasioner, autokorelasi hanya bergatung terhadap lag-k. ACF ini dapat digunakan untuk mengidentifikasi model *time series* dan melihat kestasioneran data dalam *mean* dan kovariansi. Adapun rumus fungsi autokorelasi sebagai berikut [17] :

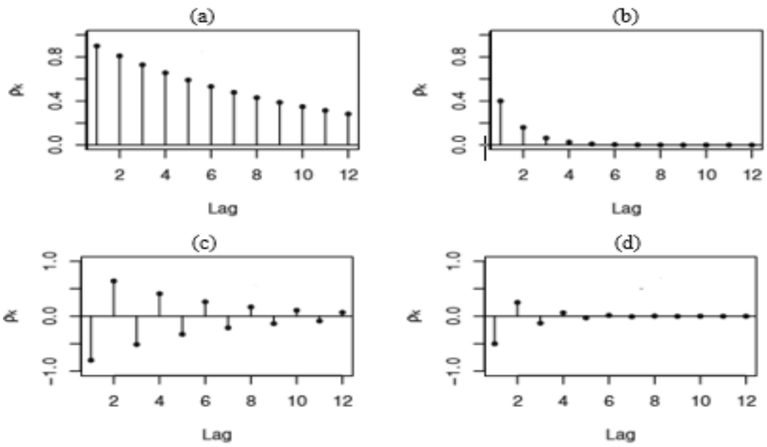
$$\rho_k = \frac{Cov(y_t, y_{t-k})}{\sqrt{Var(y_t)}\sqrt{Var(y_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{2}$$

dan kovariansi antara y_t dan y_{t-k} adalah

$$Cov(y_t, y_{t-k}) = \gamma_k \tag{3}$$

dengan :
ρ_k : fungsi autokorelasi
γ_k : fungsi autokovariansi
k : *lag* waktu, dimana k = 1,2,…

Proses stasioner dapat dilihat dari ekspektasi dan fungsi autokovariansi. Jika ekspektasi dan autokovariansi konstan, maka proses dikatakan stasioner. Untuk semua k, yaitu γ_k dan ρ_k memiliki fungsi yang simetris dengan lag k = 0. Sifat ini terjadi karena perbedaan waktu antara (y_t, y_{t+k}) dengan (y_t, y_{t-k}) dan sama. Oleh karena itu fungsi autokorelasi sering di *plot* hanya untuk lag yang memiliki nilai *nonnegative* seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1 (a) dan (b). Plot ini biasanya disebut sebagai korelogram [5].



Gambar 1 Contoh *plot Autocorrelation function* (ACF)

Untuk $\rho_k < 1$ besarnya fungsi autokerelasi menurun secara eksponensial seiring dengan jumlah lag k, meningkat (a). Jika $0 < \rho_k < 1$ semua autokorelasi positif (b). Jika $-1 < \rho_k < 1$ autokorelasi lag 1 negatif dan berturut-turut bergantian dari positif ke negatif dengan besarnya menurun secara eksponensial (c) dan (d) [5].

2) Partial Autocorrelation Function (PACF)

Korelasi antara dua variabel dapat dihasilkan dari ketergantungan yang saling linear pada variabel-variabel lainnya. Autokorelasi parsial adalah autokorelasi antara y_t dan y_{t-k} setelah menghapus setiap ketergantungan linear pada $y_1, y_2, \ldots, y_{t+k-1}$. Korelasi bersyarat biasanya mengacu pada fungsi autokorelasi dalam analisis *time series* [17].

$$\mathrm{Corr}\left(y_t, y_{t+k} \mid y_{t+1}, \ldots, y_{t+k-1}\right) \tag{4}$$

Adapun fungsi autokorelasi parsial sebagai berikut :

$$\rho_k = \emptyset_1 \rho_{k-1} + \emptyset_2 \rho_{k-2} + \ldots + \emptyset_p \rho_{k-p} \tag{5}$$

dengan :

ρ : nilai pada autokorelasi (ACF)
$\emptyset$: nilai pada fungsi autokorelasi parsial (PACF)
k : lag waktu, dimana k = 1,2,…p

Fungsi ACF dan PACF untuk AR dan MA memiliki model kondisi bersyarat dan berbeda di setiap modelnya. Perbedaan antara ACF dan PACF berguna ketika memilih model. Berikut merupakan perbedaan antara model ACF dan PACF.

TABLE I
PERBEDAAN ACF DANPACF DALAM MENGIDENTIFIKASI MODEL AR DAN ARCH

Proses	ACF	PACF
AR (p)	*Tails off* (menurun) mengikuti bentuk eksponensial atau gelombang sinus	*Cut off* setelah *lag* ke *p*
MA (q)	*Cut off* setelah *lag* ke *q*	*Tails off* (menurun) mengikuti bentuk eksponensial atau gelombang sinus

Dari Tabel I dapat dijelaskan bahwa :

1. Jika plot ACF menurun membentuk gelombang sinus dan plot PACF *cut off* setelah lag ke-p, maka model tersebut adalah AR (p).
2. Jika plot PACF menurun membentuk gelombang sinus dan plot ACF *cut off* setelah lag ke-p, maka model tersebut adalah MA (q).

D. Model Autoregressive

Autoregressive (AR) merupakan suatu model yang digunakan untuk melakukan prediksi atau meramal suatu kejadian dengan menggunakan nilai-nilai pada waktu sebelumnya [9]. Model AR salah satu regresi linier yang memenuhi asumsi homoskedatisitas, dimana homoskedastisitas berarti varian dari *error* bersifat konstan atau identik [15]. Adapun bentuk umum persamaan model AR dengan orde (p) dapat dituliskan sebagai berikut [9] :

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \ldots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (6)$$

dengan :
X_t : parameter pada waktu ke-t
α_i : model AR, i : 1,2,3,..,p
ε_t : nilai *error* saat ke-t, $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$
p : orde model AR

Orde didefinisikan pada p $\in Z^+$, sebagai contoh jika p = 1 maka model AR (1) ditulis menjadi $X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$.

Asumsi-asumsi untuk proses AR (p) sebagai berikut :
1. Model AR merupakan proses stasioner.
2. Autokovariansi $\varepsilon_t , y_{t-k} = 0$ untuk $k \neq 0$
3. Autokovariansi $\varepsilon_t , y_{t-k} \neq 0$

E. Model Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

Autoregressive Conditional Heteroskedastocity (ARCH) dipelopori oleh Engle dalam penelitiannya dan kemudian diterbitkan dalam bentuk jurnal dengan judul *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimate of the Variance of the U.K. Inflation* [10]. Model ARCH digunakan untuk mengetahui perubahan variansi pada data *time series* hanya dengan menggunakan satu persamaan. Perubahan variansi yang tidak konstan atau tidak identik (heteroskedastisitas) pada model ini digunakan untuk melakukan prediksi ataupun peramalan. Adapun persamaan ARCH dengan orde (p) diberikan sebagai berikut [5] :

$$X_t = \sigma_t \cdot \varepsilon_t \quad (7)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_p X_{t-p}^2 \quad (8)$$

$$\sigma_t = \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_p X_{t-p}^2} \quad (9)$$

dengan :
α_i : parameter model ARCH, i = 1,2,...,p
σ_t^2 : prediksi variansi saat t
ε_t : *error* saat waktu ke-t

Definisi orde p pada persamaan (7) sama dengan orde p pada persamaan (6).

F. Maksimum Likelihood Estimation (MLE)

Maksimum Likelihood Estimation adalah metode yang paling banyak digunakan untuk estimasi parameter dalam model statistik pada sebuah data. Untuk data *time series* $x_1, x_2, \ldots, x_n$, asumsikan fungsi densitas diketahui, parameter dapat diestimasi dengan memaksimalkan probabilitas data yang diamati dari fungsi densitas yang diketahui. Pada penelitian ini metode MLE digunakan untuk mengestimasi parameter menggunakan model AR (p) dan ARCH (p) diperlukan nilai α_0 , α_1. Adapun fungsi likelihood dengan parameter θ adalah sebagai berikut [8]:

$$f(x \mid \theta) \cong L(\theta \mid x), \tag{10}$$

$$f(x_1,\ldots,x_n \mid \theta) \cong L(\theta \mid x_1,\ldots,x_n),$$

$$f(x_1)\,.\,f(x_1)\ldots f(x_n) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i),$$

$$l = \log(L(\theta \mid x_1,\ldots,x_n)) = \log \prod_{i=1}^{n} f(x_i) = \sum \log f(x_i). \tag{11}$$

dengan :

θ : parameter model time series (α_0 , α_1)
$f(x)$: fungsi peluang dari x
L : fungsi Likelihood yang bersesuaian dengan $f(x)$

G. Akurasi Prediksi

Pada penelitian ini akan menggunakan perhitungan *error* sebagai berikut :

1) Mean Absolute Error (MAE)

Mean Absolute Error (MAE) merupakan salah satu cara untuk mengukur akurasi suatu model yang sedang diprediksi dengan membandingkan data asli. MAE dapat didefinisikan sebagai berikut [13] :

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |\hat{Y}_i - Y_i| \tag{12}$$

dengan :

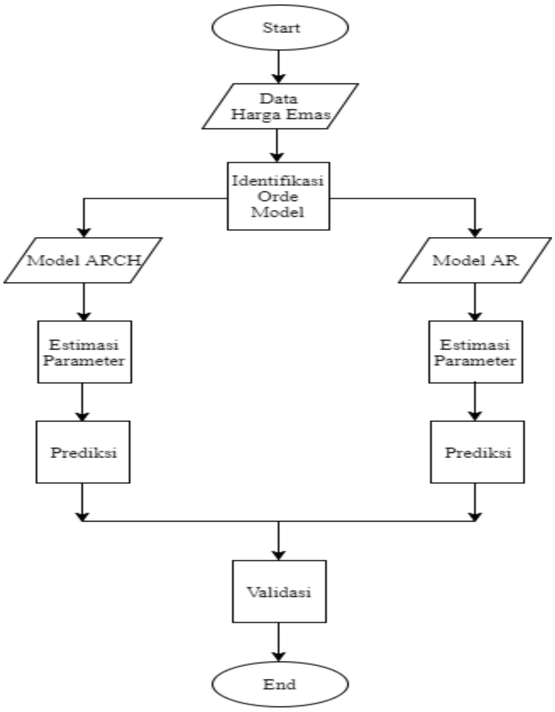
$\hat{Y}_i$: nilai prediksi harga emas pada saat t
Y_i : nilai *return* harga emas pada saat t
n : jumlah data

2) *Root Mean Square Error* (RMSE)

Root Mean Square Error (RMSE) adalah standar perhitungan untuk memperoleh keakuratan nilai hasil prediksi berdasarkan nilai *error* prediksi. Bentuk umum dari RMSE yaitu [13] :

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} |\hat{Y}_i - Y_i|^2}{n}} \tag{13}$$

III. METODOLOGI PENELITIAN



Gambar 2 Deskripsi Sistem

Sistem ini dirancang untuk memprediksi harga emas menggunakan model AR (1) dan ARCH (1). Hasil yang diharapkan dari penelitian ini yaitu model AR (1) dan ARCH (1) dapat menghasilkan akurasi yang optimal untuk memprediksi harga emas. Selanjutnya akan dilakukan akurasi prediksi menggunakan nilai *error* yang dihasilkan dari model AR (1) dan ARCH (1). Data harga emas yang digunakan sebanyak 10 tahun dari tahun 2007 – 2017 merupakan harga emas harian dari *website* ANTAM. Kemudian dilakukan identifikasi orde untuk mengetahui model pada data, selanjutnya mengestimasi parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) untuk menentukan nilai dari parameter model. Dari hasil estimasi tersebut diperoleh prediksi harga emas yang kemudian akan di validasi dengan cara membandingkan nilai *error* menggunakan *Mean Absolute Error* (MAE) dan *Root Mean Square Error* (RMSE).

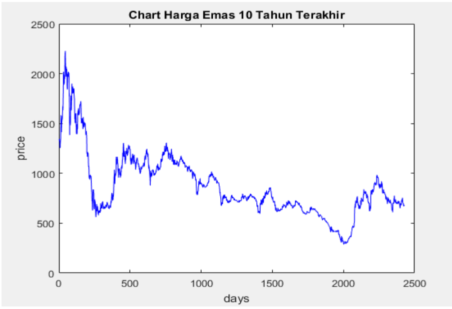
IV. HASIL DAN DISKUSI

A Hasil Pengujian

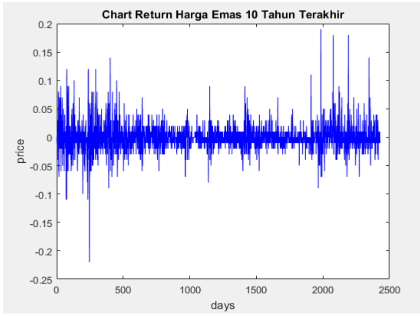
Hasil pengujian model yang akan dibangun terdiri dari beberapa tahapan yang perlu dilakukan sebagai berikut :

1) Data

Data yang digunakan adalah adalah data harga emas yang diperoleh dari *website* historis harian ANTAM tahun 2007 – 2017. Adapun grafik dari data yang diperoleh sebagai berikut :



Gambar 3 Grafik harga emas



Gambar 4 Grafik *return* harga emas

Pada Gambar 3 menunjukkan pergerakan harga emas yang fluktuatif dalam 10 tahun terakhir. Sedangkan pada Gambar 4 merupakan harga *return* emas dalam 10 tahun terakhir dimana dapat dilihat nilai keuntungan dan kerugian harga emas. Jika pada grafik *return* menunjukkan angka dibawah nol maka mengalami kerugian, sedangkan jika angka yang ditunjukkan diatas nol maka memperoleh keuntungan.

2) Statistika Deskriptif

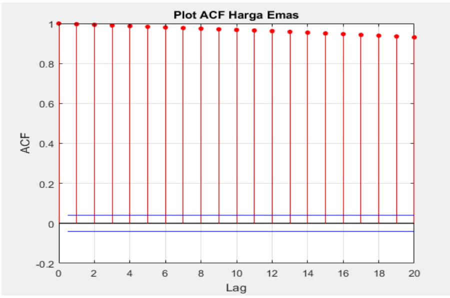
Statistika desktiptif merupakan metode yang bertujuan untuk mendapatkan informasi mengenai data tersebut. Pada statistika deskriptif data harga emas, digunakan beberapa cara antara lain mencari nilai maks, min, jumlah data, mean, median, modus, variansi, skewness, kurtosis. Hal ini bertujuan untuk menentukan distribusi data yang menjadi acuan dalam menentukan fungsi distribusi dari model *time series* pada penelitian ini. Dalam penelitian ini, informasi dari statistika deskriptif untuk memprediksi harga emas dapat dilihat pada Tabel II.

TABLE II
STATISTIKA DESKRIPTIF

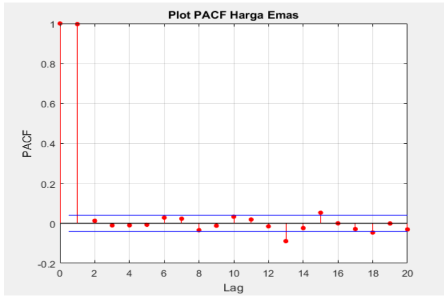
Informasi	Nilai	Informasi	Nilai	Informasi	Nilai
Maks	0.19	**Mean**	-0.000284	**Variansi**	0.000590
Min	-0.22	**Median**	0	**Skewness**	0.732250
Jumlah Data	2429	**Modus**	0	**Kurtosis**	10.209005

3) Penentuan Orde Model Menggunakan Plot ACF/PACF

Untuk menentukan orde pada model AR (1) dan ARCH (1) dalam menggunakan plot ACF dan PACF. Adapun plot dari harga emas dan *return* harga emas dapat dilihat pada Gambar 5 dan 6.



Gambar 5 Plot ACF Harga Emas



Gambar 6 Plot PACF Harga Emas

Pada Gambar 4 dan Gambar 5, terlihat bahwa tidak adanya *cut off* pada plot ACF yang terlihat menurun mengikuti bentuk eksponensial, sedangkan pada plot PACF terjadi *cut off* pada lag ke 2. Hal ini menunjukkan bahwa data harga emas yang digunakan mengikuti model AR (1) dan ARCH (1) sesuai aturan pada Tabel I.

4) Menghitung Estimasi Parameter AR (1) dan ARCH (1)

Estimasi parameter dihitung untuk mencari nilai ekspektasi dan variansi dari masing-masing model yang digunakan untuk memprediksi harga emas, selanjutnya hasil dari ekspektasi dan variansi tersebut dimasukkan ke dalam suatu fungsi yang disebut sebagai fungsi log likelihood dimana fungsi tersebut digunakan untuk mengestimasi nilai dari parameter yang terdapat pada setiap model. Perhitungan estimasi parameter setiap model yang digunakan adalah sebagai berikut :

Estimasi parameter model AR (1)

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Ekspektasi bersyarat :

$$E(X_t) = E(X_t \mid X_{t-1}) = E(\alpha_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \mid X_{t-1}) = E(\alpha_1 X_{t-1} \mid X_{t-1}) + E(\varepsilon_t \mid X_{t-1}) = \alpha_1 X_{t-1}$$

Variansi bersyarat :

$$Var(X_t)=Var(X_{t)}=Var\left(X_t \mid X_{t-1}\right) = Var\left(\alpha_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \mid X_{t-1}\right) = Var\left(\alpha_1 X_{t-1} \mid X_{t-1}\right) + Var\left(\varepsilon_t \mid X_{t-1}\right) = \sigma_\varepsilon^2$$

Fungsi peluang distribusi normal :

$$f_x(X_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(X_t-\mu)^2}{\sigma^2}\right)\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varepsilon^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(X_t-\alpha_1 X_{t-1})^2}{\sigma_\varepsilon^2}\right)\right\}$$

Fungsi likelihood :

$$L = \prod_{t=2}^{n} f_x(X_t) = \prod_{t=2}^{n=2428} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varepsilon^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(X_t-\mu)^2}{\sigma_\varepsilon^2}\right)\right\}$$

Fungsi log likelihood :

$$l = \log(L) = \log(f(x_1) \,.\, f(x_2) \ldots f(x_n)) = \log(f(x_1) + f(x_2) \ldots f(x_n)) = \sum_{t=1}^{n=2428} \log(f(x_i))$$

$$l = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n=2428}\left\{\log(2\pi) + \log(\sigma_\varepsilon^2) + \left(\frac{\left(X_t-\alpha_1 X_{t-1}\right)^2}{\sigma_\varepsilon^2}\right)\right\}$$

Menentukan nilai α_1 didapat dari hasil turunan terhadap α_1 :

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha_1} = -\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\sum_{t=1}^{n=2428}(X_t-\alpha_1 X_{t-1})^2$$

Sehingga didapat nilai α_1 sebagai berikut :

$$\alpha_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(X_t\, X_{t-1})}{\sum_{t=1}^{n}(X_{t-1})^2}$$

Untuk memperoleh nilai dari σ_ε^2 maka diturunkan terhadap σ_ε^2 sebagai berikut :

$$\frac{\partial l}{\partial \sigma_\varepsilon^2} = \frac{(X_t-\alpha_1 X_{t-1})^2}{\sigma_\varepsilon^2} = (X_t-\alpha_1 X_{t-1})^2 . (\sigma_\varepsilon^2)^{-1} = (-1) . (X_t-\alpha_1 X_{t-1})^2 . (\sigma_\varepsilon^2)^{-2} = -(X_t-\alpha_1 X_{t-1})^2 . (\sigma_\varepsilon^{-4})$$

$$\frac{\partial l}{\partial \sigma_\varepsilon^2} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n=2428}\left\{\log(2\pi) + \log(\sigma_\varepsilon^2) + \left(\frac{\left(X_t-\alpha_1 X_{t-1}\right)^2}{\sigma_\varepsilon^2}\right)\right\}$$

Maka didapat nilai σ_ε^2 adalah :

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum(X_t - \alpha_1 X_{t-1})^2}{n - 1}$$

Estimasi parameter model ARCH (1)

$X_t = \sigma_t . \varepsilon_t$

Ekspektasi bersyarat :

$$E(X_t) = E(X_t\,|X_{t-1}) = E(\sigma_t . \varepsilon_t|\, X_{t-1}) = E(\sigma_t\,|X_{t-1}) . E(\varepsilon_t\,|X_{t-1}) = E(\sigma_t\,|X_{t-1}) . E(\varepsilon_t) = 0$$

Variansi bersyarat :

$$Var(X_t) = E\left(X_t^2\right) - [E(X_t)]^2$$

$$Var(X_t) = E\left(\alpha_0+\alpha_1 x_{t-1}^2 \middle|\, x_{t-1}\right) = E(\alpha_0|\, x_{t-1}) + E\left(\alpha_1 x_{t-1}^2 \middle|\, x_{t-1}\right) = \alpha_0+\alpha_1 x_{t-1}^2$$

Fungsi peluang distribusi normal :

$$f_x(X_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(X_t-\mu)^2}{\sigma^2}\right)\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\alpha_0+\alpha_1 X_{t-1}^2)}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(X_t)^2}{\alpha_0+\alpha_1 X_{t-1}^2}\right)\right\}$$

Fungsi likelihood :

$$L = \prod_{t=1}^{n} f_x(X_t) = \prod_{t=1}^{n=2428}\frac{1}{\sqrt{2\pi(\alpha_0+\alpha_1 X_{t-1}^2)}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(X_t)^2}{\alpha_0+\alpha_1 X_{t-1}^2}\right)\right\}$$

Fungsi log likelihood :

$$l = \log(L) = \log(f(x_1) . f(x_2)\ldots f(x_n)) = \log(f(x_1) + f(x_2)\ldots f(x_n)) = \sum_{t=1}^{n=2428}\log(f(x_i))$$

$$l = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n=2428}\left\{\log(2\pi) + \log\left(\alpha_0+\alpha_1 X_{t-1}^2\right) + \left(\frac{(X_t)^2}{\alpha_0+\alpha_1 X_{t-1}^2}\right)\right\}$$

Menentukan nilai α_0 didapat dari hasil turunan terhadap α_0 :

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha_0} = -\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\sum_{t=1}^{n=2428}\left(X_t-(\alpha_0+\alpha_1 X_{t-1}^2)\right)^2$$

Menentukan nilai α_1 didapat dari hasil turunan terhadap α_1 :

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha_1} = -\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\sum_{t=1}^{n=2428}\left(X_t-(\alpha_0+\alpha_1 X_{t-1}^2)\right)^2$$

Untuk memperoleh nilai dari σ_ε^2 maka diturunkan terhadap σ_ε^2 sebagai berikut :

$$\frac{\partial l}{\partial \sigma_\varepsilon^2} = \frac{\left(X_t-(\alpha_0+\alpha_1 X_{t-1}^2)\right)^2}{\sigma_\varepsilon^2}$$

Persamaan dari α_0, α_1 dan σ_ε^2 pada model ARCH (1) merupakan turunan pertama untuk masing-masing parameter, namun pada prosesnya tidak dapat diturunkan secara sederhana, sehingga pada penelitian ini digunakan fungsi *fminsearch* yang terdapat pada *software* matlab. Hasil dari fungsi *fminsearch* tersebut merupakan hasil estimasi parameter dengan menggunakan log likelihood. Untuk mendapatkan nilai dari log likelihood yang maksimum maka, persamaan log likelihood dikalikan dengan (-1).

B *Analisis Hasil Pengujian*

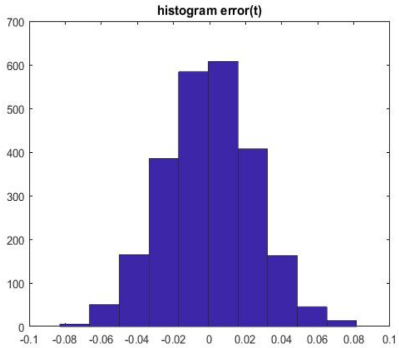
Dari hasil pengolahan data emas yang didapatkan estimasi model AR (1) dan ARCH (1) pada Tabel 3 berikut ini.

TABLE III
ESTIMASI MODEL AR (1) DAN ARCH (1)

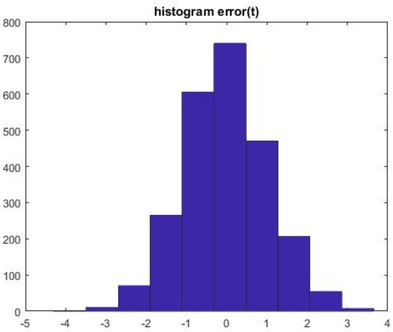
Nama Model	Model
AR (1)	$X_t = -0.012X_{t-1} + \varepsilon_t$
ARCH (1)	$X_t = \varepsilon_t \cdot \sqrt{0.000053 + 0.011958X_{t-1}^2}$

Pada Tabel 3, model AR (1) memiliki nilai α_1= -0.012, sedangkan model ARCH (1) memiliki nilai α_0= 0.000053 dan α_1= 0.011958. Dari hasil estimasi tersebut sudah memenuhi syarat dari α_0 dan α_1, dimana nilai $\alpha_0 > 0$ dan $0 < \alpha_1 < 1$ [2].

Error ε_t untuk model AR (1) di *generate* dengan distribusi normal menggunakan mean 0 dan variansi $\sqrt{\frac{\Sigma(X_t - \alpha_1 X_{t-1})^2}{n-1}}$ sedangkan, untuke*Error* ε_t untuk model ARCH (1) di *generate* dengan distribusi normal menggunakan mean 0 dan variansi 1. Detail histogram *error* model AR (1) dan ARCH (1) dapat dilihat pada Gambar 7 dan 8 secara berurutan.



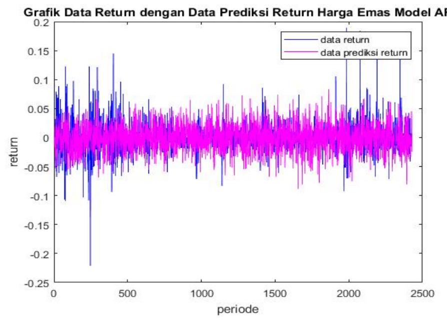
Gambar 7 Histogram *error* ε_t dibangkitkan secara acak untuk model AR (1)



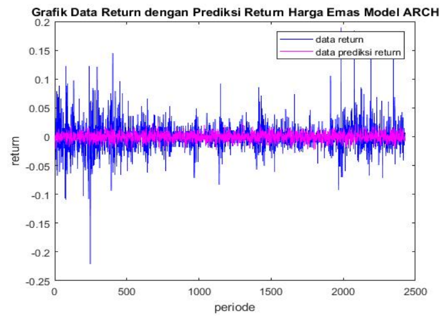
Gambar 8 Histogram *error* ε_t dibangkitkan secara acak untuk model ARCH (1)

Gambar 7 dan 8 menunjukkan histogram *error* pada model AR (1) dan ARCH (1), dimana nilai *error* yang didapat lebih banyak terdistribusi disekitar nilai nol.

Perbandingan hasil data *return* dan prediksi *return* dari AR (1) dan ARCH (1) dapat dilihat pada Gambar 9 dan 10.

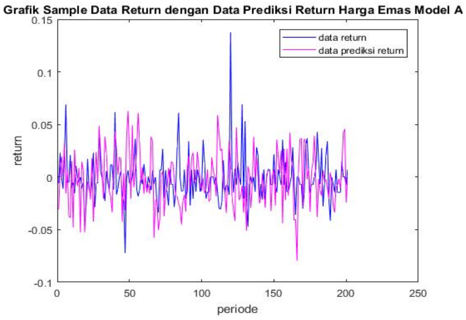


Gambar 9 Grafik *return* dengan prediksi *return* harga emas model AR (1)

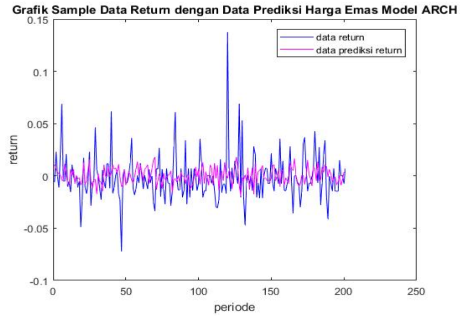


Gambar 10 Grafik *return* dengan prediksi *return* harga emas model ARCH (1)

Gambar 9 merupakan grafik hasil prediksi *return* harga emas dengan menggunakan model AR (1), dimana hasil prediksi menunjukkan bahwa nilai return lebih banyak terdistribusi melebihi 0.05 dan pergerakan return dengan model AR (1) lebih fluktuatif dari pada menggunakan model ARCH (1). Untuk Gambar 10 merupakan grafik prediksi harga emas menggunakan model ARCH (1), dari hasil tersebut menunjukkan bahwa prediksi yang dihasilkan lebih baik dari pada menggunakan model AR (1), dapat dilihat dari pergerakan nilai return yang lebih stabil dan tidak melebihi 0.05.



Gambar 11 Grafik beberapa data *return* dengan data prediksi *return* harga emas model AR (1)



Gambar 12 Grafik beberapa data *return* dengan data prediksi *return* harga emas model ARCH (1)

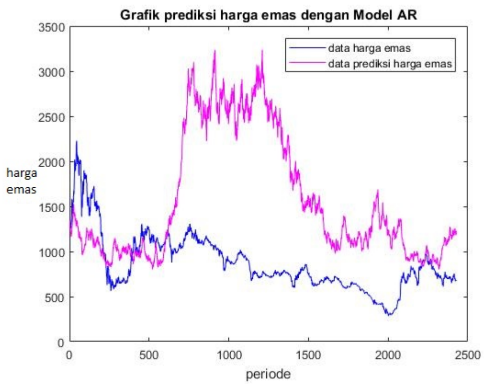
Gambar 11 dan Gambar 12 merupakan grafik hasil *return* dengan prediksi menggunakan model AR(1) dan ARCH (1) dimana data yang digunakan yaitu 200 data terakhir. Dari gambar diatas dapat dilihat lebih jelas lagi pergerakan antara nilai *return* dengan nilai prediksi yang dihasilkan dari masing-masing model yang digunakan dalam memprediksi harga emas. Pada Gambar 11 terlihat bahwa antara data *return* dengan prediksi dengan model AR (1) mengalami pergerakan yang lebih fluktuatif dari pada model ARCH (1), sehingga *error* yang dihasilkan kurang baik. Untuk Gambar 12 menghasilkan nilai *error* yang lebih kecil dibandingkan dengan Gambar 11 karena pergerakan nilai return lebih stabil.

Dari hasil pengujian yang didapat menunjukkan bahwa dua model yang digunakan dalam memprediksi *return* harga emas memiliki nilai akurasi yang berbeda. Dimana model AR (1) memiliki nilai *error* MAE dan RMSE lebih tinggi dari pada model ARCH (1). Performansi nilai *error* dari model AR (1) dan ARCH (1) dapat dilihat pada Tabel IV.

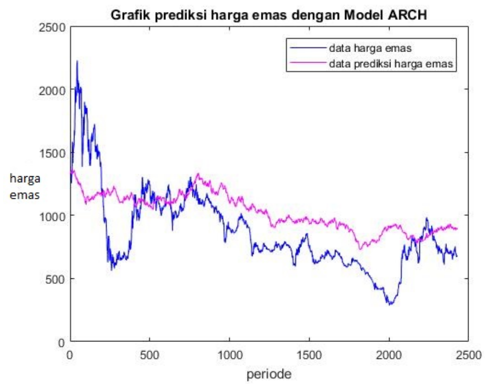
TABLE IV
HASIL VALIDASI AR (1) DAN ARCH (1)

Model	MAE	RMSE
AR (1)	0.0261	0.0342
ARCH (1)	0.0170	0.0251

Hasil prediksi harga emas menggunakan model AR(1) dan ARCH(1) dapat dilihat pada Gambar 13 dan 14 berikut ini:



Gambar 13 Perbandingan data observasi dan prediksi harga emas menggunakan model AR (1)



Gambar 14 Perbandingan data observasi dan prediksi harga emas menggunakan model ARCH (1)

Dari Gambar 13 dan 14 terlihat bahwa prediksi harga emas dengan menggunakan model ARCH(1) lebih baik dari pada model AR (1). Pada Gambar 14 hasil prediksi menggunakan model ARCH (1) terlihat lebih dekat dengan data yang ada di lapangan. Sedangkan, pada Gambar 13 terlihat bahwa model AR (1) saat periode 500 sampai dengan 2000 jauh dari data observasi. Catatan bahwa, Gambar 13 dan 14 didapatkan dari beberapa kali menjalankan simulasi. Hasil yang didapatkan bergantung pada nilai *random* ε_t yang dibangkitkan.

V. KESIMPULAN

Dalam penelitian ini model AR (1) dan ARCH (1) telah diimplementasikan untuk memprediksi *return* harga emas dikarenakan *cut off* data yang terjadi pada plot PACF. Hasil prediksi menunjukkan bahwa performansi dari model ARCH (1) lebih baik dari pada model AR (1) dimana dapat dilihat dari hasil MAE dan RMSE yang diperoleh. Performansi dari model AR (1) menghasilkan MAE sebesar 0.0261 dan RMSE sebesar 0.0342 sedangkan untuk model ARCH (1) menghasilkan MAE sebesar 0.0170 dan RMSE sebesar 0.0251. Hal ini dikarenakan pada model AR (1) data hanya berelasi menggunakan data-data sebelumnya ditambah dengan *error* antara data *return* dengan data *return* prediksi, sedangkan pada model ARCH (1) menggunakan perubahan variansi dari data yang dimana perubahan variansi tersebut selalu mengalami perubahan atau tidak konstan.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Box, G. E. P. G. M. Jenkins, and G. C. Reinsel. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1994.

[2]. Brockwell, Peter J dan Richard A. Davis. 2002. *Introduction to Time Series Forcasting, Second Edition*. Springer : New York.

[3]. Chai, T. Draxler, R R. 2014. *Root mean square error (RMSE) or Mean absolute error(MAE)? Arguments Against Avoiding RMSE in the Literature*. University Research Court, Clollege Park : USA.

[4]. Christina, Chintya. 2014. *Prediksi Harga Emas Menggunakan Model Neuro-Fuzzy Tipe 2*. Bandung : Universitas Telkom.

[5]. Cryer, Jonathan D dan Kung-Sik Chan. 2008. *Time Series Analysis with Application in R*. 2nd ed. Springer : New York, USA.

[6]. Daulay, Budi Ihsan. 2017. *Prediksi Harga Emas di Indonesia berdasarkan Nilai Tukar Dollar terhadap Rupiah dengan Menggunakan Regresi dan Rantai Markov Multivariat*. Bandung : Universitas Telkom.

[7]. Djumena, Erlangga. (2011) . *Lagi, Emas Cetak Rekor Tertinggi Sepanjang Sejarah*. https://ekonomi.kompas.com/.../lagi ..

[8]. Dong, Yan. *ARMA and GARCH-type Modeling Electricity Prices*. 2012. Chalmers University of Technology and Göteborg University : Sweden

[9]. Ekananda, Mahyus. 2014. Analisis Data Time Series . 1st ed. Jakarta : Mitra Wacana Media.

[10]. Engle, Robert. F. 1982. *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*. Econometrica : Vol. 50, No. 4.

[11]. Firdaus, Affan. 2012. *Analisis Implementasi Grey Model untuk Memprediksi Harga Emas*. Bandung : Universitas Telkom.

[12]. Kirchgässner, Gebhard, Jürgen Wolters dan Uwe Hassler. 2013. *Introduction to Modern Time Series Analysis*. 2nd ed. Springer : New York.

[13]. Pramesti, Desi Hana. 2017. *Analisis Time Series Menggunakan Algoritma Autoregressive (AR) dan Algoritma Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) untuk Peramalan Curah Hujan di Kab. Bandung*. Bandung : Universitas Telkom, S1 Ilmu Komputasi.

[14]. Salis S, Arief Riyadi. 2017. *Time Series Analysis for Rainfall Forcasting in Kab. Bandung*. Bandung : Universitas Telkom.

[15]. Sarwoko. 2005. *Dasar-Dasar Ekonometrika*. Andi Yogyakarta : Yogyakarta.

[16]. Simanjuntak, Rizki Hamongan . 2015. *Prediksi Harga Emas Dengan Motode Genetic Fuzzy System dan Arima.* Bandung: Universitas Telkom, S1 Ilmu Komputasi.

[17]. Wei, William W. S. 2006. Time Series Analysis Univariate And Multivariate Methods. 2nd ed. Mexico : Greg Tobin.